

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL  
DE UMA LANCHASALVA-VIDAS**

MARCO ANDRÉ DA SILVA SANTOS

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador: Professor Doutor Rui Fernando dos Santos Pereira Martins (FCT/UNL, DEMI)

Co-Orientador: Eng. Paulo Pires da Silva, Marinha Portuguesa (EN-MEC)

**Julho 2011**



“Copyright” Marco André da Silva Santos, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



Ao meu irmão,  
Nelson Santos,

que, apesar da sua jovem idade,  
tem sempre algo de novo  
para me ensinar



## AGRADECIMENTOS

Durante a realização deste trabalho fui fortemente apoiado por um conjunto de pessoas a quem gostava de deixar o meu profundo agradecimento.

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao meu orientador, o Professor Doutor Rui Fernando Martins, do Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa, pelos inúmeros conhecimentos transmitidos, pela excelente orientação em todos os aspectos, pelo incansável apoio durante todo este trabalho e pela disponibilidade imensa sempre que era necessário. O meu sincero obrigado.

Ao Co-Orientador Eng.º Paulo Pires da Silva, da Direcção de Navios da Marinha Portuguesa, pelo seu contributo através da sua disponibilidade na resolução de todas as dificuldades encontradas no acesso aos navios, tornando-me capaz de realizar a pesquisa a que me propus, bem como concluir o trabalho apresentado.

Ao professor João Cardoso, do Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa, um especial obrigado, pelo seu apoio e prontidão ao disponibilizar-me um computador com mais alto desempenho de cálculo.

A toda a minha família, particularmente aos meus pais e ao meu irmão por quem tenho o maior amor e que sempre me acompanharam, pelo seu total apoio, confiança e orientação depositada, ao longo da realização do presente estudo, bem como em todo o meu percurso da vida.

À Mabília, que tanto amo, agradeço a sua total amabilidade, paciência, apoio, estima e incansável dedicação que sempre demonstrou, dia após dia, minuto após minuto, em todos os momentos que partilhámos e partilharemos, juntos.

Aos meus grandes amigos, que sempre me acompanharam e apoiaram em todos os momentos, Ana Cardoso, Ana Fonseca, Bruna Garcia, João Traquinas, Ricardo Cardoso, Tiago Humberto, Tiago Santos e Susana Santos.

Aos meus colegas de Faculdade, em particular ao Nuno Pinto, Joaquim Craveiro, Francisco Alho, Gonçalo Almeida, João Gonzalez, Ricardo Martins, Filipe Trinca, Tiago Barreiro e Nuno Sarafana, entre outros, pelo seu companheirismo e apoio constante.

Uma última palavra de agradecimento a todos os que neste trabalho colaboraram, dando o melhor do seu saber e da sua experiência.



## RESUMO

No seguimento de outros trabalhos desenvolvidos em colaboração entre o Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa e a Direcção de Navios da Marinha Portuguesa, o presente documento tem como principal objectivo apresentar o estudo feito ao comportamento estrutural das embarcações Salva-Vidas da *Classe Vigilante* quando submetidas ao efeito de *slamming* e de alagamento de compartimentos estanques.

O estudo do comportamento estrutural da lancha foi estimado utilizando o Método dos Elementos Finitos, tendo merecido especial atenção as zonas da proa e da popa, onde foram avaliadas as respostas das estruturas, quando submetidas a efeitos de *slamming* e de impulso dos jactos, respectivamente. Os resultados revelaram que as tensões induzidas pelos carregamentos impostos encontravam-se abaixo da tensão de cedência das duas ligas de alumínio utilizadas na construção da lancha (5083-H111 e 6082-T6).

Em paralelo, obtiveram-se os modos e frequências de vibração da proa e da popa, a fim de avaliar a possível existência de situações de ressonância devidas ao carregamento de *slamming* e tendo em conta as condições de mar onde a lancha opera. Uma vez que a frequência natural de vibração da lancha se encontra muito afastada da frequência de carregamento imposta de *slamming*, não se prevê a ocorrência de ressonância.

A resposta em frequência da proa, quando solicitada por esforços de *slamming*, foi determinada numa gama de frequências compreendidas entre os 25 e os 80 Hz. Esta análise revelou valores de tensão de *von Mises* abaixo do valor de tensão de cedência do material utilizado no fabrico da lancha.

O hipotético alagamento do compartimento estanque, compreendidos entre as anteparas n.ºs 17 e 20, e dos compartimentos dos motores e dos jactos foi analisado. Os resultados obtidos revelaram que a deformação máxima induzida por este carregamento era da ordem dos 13 mm e que as tensões, excluindo pontos de concentração de tensões, não eram superiores a 74 MPa.

**Palavras-Chave:** Salva-Vidas da *Classe Vigilante*; Ligas de Alumínio para Aplicação Naval; Efeito de *Slamming*; Alagamento de Compartimentos Estanques Adjacentes; Modos e Frequências de Vibração; Método dos Elementos Finitos.



## ABSTRACT

The main purpose of this paper is to present both the global and local structural response of *Vigilante* Class lifeboats, when subjected to the effect of slamming and flooding of watertight adjacent compartments.

The studies were accomplished using the Finite Element Method applied to the full vessel model, giving special attention to the bow and stern of the craft when submitted to slamming effects and jet thrust loads, respectively.

The modes and frequencies of vibrations were determined to check for structural resonance problems due to slamming induced loads, considering the sea conditions where the craft operates. The study revealed inexistent structural resonance problems, once the natural frequency of vibration of the craft is much higher than the encounter frequency.

Forced frequency response of a specific region on the bow was also determined when subjected to slamming loads applied in a frequency range from 25 to 80 Hz. The results revealed that the maximum stress induced in the structure was lower than the yield strength of the materials used in the production of the craft, the aluminium alloys 5083-H111 e 6082-T6.

Hypothetical flooding of watertight compartments was simulated in the ship's section comprehended between bulkheads no. 17 and 20 and in the engine and jet's compartments, separately. Results obtained from non-linear FE analyses revealed that maximum deflection caused by the application of this load was lower than 13 mm and the stresses induced, not including geometrical stress concentration effects, such as large openings, connections, intersections, etc, were smaller than 74 MPa, that was obtained in the bulkhead's stiffeners.

**Keywords:** *Vigilante* Class Lifeboat; Naval Aluminium Alloys; Slamming Effect; Flooding of Watertight Compartments; Modes and Frequencies of Vibrations; Finite Element Analysis.



## SIMBOLOGIA E ACRÓNIMOS

$a, b$	Dimensão de aresta (m)	[N]	Matriz de função de forma
A	Área (m <sup>2</sup> )	[ $\delta$ ]	Matriz de deslocamento de um elemento
$C_1, C_2$	Constantes		
$E$	Módulo de Young (N/m <sup>2</sup> )	$\delta$	Deslocamento geral
$g$	Aceleração da gravidade (m/s <sup>2</sup> )	$\rho$	Massa Volúmica (kg/m <sup>3</sup> )
$G_{xy}$	Módulo de corte (N/m <sup>2</sup> )	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Tensão normal (N/m)
$h$	Espessura da placa (m)	$\tau, \tau_{xy}$	Tensão de corte (N/m)
I	Momento de inércia (m <sup>4</sup> )	$\omega$	Frequência (rad/s)
$k$	Coefficiente de rigidez de mola (N/m)	$f$	Frequência (Hz)
$m$	Massa (kg)	$k$	Constante de Rigidez
$\bar{m}$	Massa por unidade de área (kg/m <sup>2</sup> )	$\nabla$	Operador de Laplace
$u, v, w$	Deslocamentos nas direcções x, y e z	$t$	Tempo (s)
W	Deformada (m)	T	Período (s)
$m, n$	Números naturais ( $\mathbb{N}^+$ )	U	Velocidade (m/s)
$\varepsilon$	Extensão (m)		
$P$	Pressão (Pa)	UAM	Unidade Auxiliar da Marinha
$D$	Rigidez à Flexão (N/m)	MEF	Método dos Elementos Finitos
x, y, z	Coordenadas cartesianas	CAD	<i>Computer Aided Design</i> – Desenho Assistido por Computador
$\ddot{x}$	Aceleração (m/s <sup>2</sup> )		
$\gamma_{xy}$	Distorção		
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	Extensão (m)		
$\theta, \alpha, \beta$	Ângulo (rad)		
$\nu$	Coefficiente de Poisson		
[D]	Matriz de elasticidade		
[q]	Matriz deslocamento nodal		
[F]	Matriz de forças aplicadas nos nós		



## ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS .....	I
RESUMO .....	III
ABSTRACT .....	V
SIMBOLOGIA E ACRÓNIMOS.....	VII
ÍNDICE GERAL .....	IX
ÍNDICE DE FIGURAS .....	XI
ÍNDICE DE TABELAS .....	XVII
 1. INTRODUÇÃO .....	 19
1.1. Lanchas Salva-Vidas da Classe Vigilante.....	21
1.2. Ligas de alumínio para construção naval.....	23
1.3. Introdução teórica .....	25
1.3.1. Teoria clássica de placas.....	25
1.3.2. Placas Reforçadas .....	27
1.3.3. Solução de Navier para placas apoiadas.....	28
1.3.4. Solução para vibração de placas/Dinâmica de placas .....	29
1.3.5. Introdução ao Método dos Elementos Finitos (M.E.F.) .....	31
1.3.6. Slamming.....	34
1.3.7. Frequência de encontro.....	39
 2. VALIDAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO.....	 43
2.1. Introdução .....	43
2.2. Placa sujeita a carregamento uniforme .....	44
2.3. Placa sujeita a carregamento hidrostático .....	47
2.4. Placa reforçada sujeita a carregamento uniforme .....	50
2.5. Frequências de vibração.....	53
2.6. Frequências de vibração de uma placa reforçada .....	56
2.7. Resposta dinâmica de uma placa sujeita a carregamento transiente.....	58
2.8. Resumo final dos resultados obtidos na validação do método experimental .....	62

3. MODELAÇÃO E ANÁLISE DA LANCHASALVA-VIDAS .....	63
3.1. Modelação da lancha .....	63
3.2. A construção da malha de Elementos Finitos em ANSYS® .....	67
3.3. Condições de fronteira .....	70
3.4. Estudo do comportamento estrutural da proa da lancha .....	73
3.4.1. Análise estática .....	73
3.4.2. Análise dinâmica .....	80
3.5. Estudo do comportamento estrutural da popa da lancha .....	85
3.5.1. Análise estática .....	85
3.5.2. Análise dinâmica .....	99
3.6. Resumo de resultados .....	100
4. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS .....	101
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	105
ANEXOS .....	107
Anexo 1 – Ligas de alumínio [21] .....	109
Anexo 2 – Frequências de encontro .....	111



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1-1 - Lancha Salva-Vidas UAM 603 .....	21
Figura 1.1-2 - Demonstração da capacidade auto-endireitante .....	22
Figura 1.2-1 - Curva Tensão/Extensão da liga de Alumínio 5083-H111 .....	24
Figura 1.2-2 - Curva Tensão/Extensão da liga de Alumínio 6082-T6 .....	24
Figura 1.2-3 - Casco e reforço interior da lancha. Cruzamento entre longarina e baliza, com detalhe geométrico de alívio de tensões e chapas ligação e de distribuição de tensões. .....	24
Figura 1.3-1 - Caracterização geométrica de uma placa simples. Definição de coordenadas e respectivos deslocamentos .....	25
Figura 1.3-2 - Reforço simétrico (esquerda) e reforço não simétrico (direita).....	27
Figura 1.3-3 - Comportamento de placas não reforçadas vs placas reforçadas.....	27
Figura 1.3-4 - Sistema composto por placa simples .....	29
Figura 1.3-5 - Divisão de um corpo contínuo em elementos finitos .....	32
Figura 1.3-6 - Elemento unidimensional na direcção x (elemento barra) .....	32
Figura 1.3-7 - Elemento bidimensional da direcção xy (elemento placa/casca) .....	32
Figura 1.3-8 - Elemento tridimensional (elemento sólido) .....	32
Figura 1.3-9 - Navio momentos antes de sofrer o efeito de slamming.....	35
Figura 1.3-10 - Zona a vermelho indicadora da área de aplicação da pressão de slamming .....	36
Figura 1.3-11 - Exemplo de Direcção Média Vectorial e Altura Significativa de Onda (IM) .....	37
Figura 1.3-12 - Exemplo do Período das Ondas (IM) .....	38
Figura 1.3-13 - Sobreposição do efeito de slamming (carregamento de alta frequência) ao carregamento de baixa frequência .....	39
Figura 1.3-14 - Decomposição do efeito de slamming (carregamento de alta frequência) e do carregamento de baixa frequência .....	39
Figura 1.3-15 - Função Co-seno da variação no tempo dos Impactos Hidrodinâmicos.....	39
Figura 1.3-16 - Ângulo de Encontro.....	40
Figura 2.2-1 - Placa rectangular/quadrangular simplesmente apoiada nas 4 arestas.....	44
Figura 2.2-2 - Resultado do deslocamento [m] da Placa Simples refª 1 em ANSYS® .....	45

Figura 2.2-3 - Resultado do deslocamento [m] da Placa Simples ref <sup>a</sup> 1 em Simulation <sup>®</sup> sujeita a Carregamento Uniforme.....	46
Figura 2.3-1 - Placa rectangular/quadrangular simplesmente apoiada nas 4 arestas.....	47
Figura 2.3-2 - Resultado do deslocamento [m] da Placa Simples ref <sup>a</sup> 2 (direita) em ANSYS <sup>®</sup> .....	48
Figura 2.3-3 - Resultado do deslocamento [m] da Placa Simples ref <sup>a</sup> 2 em Simulation <sup>®</sup> ...	49
Figura 2.4-1 - Placa Reforçada Modelada .....	50
Figura 2.4-2 - Dimensões e massa das vigas de reforço.....	51
Figura 2.4-3 - Deslocamento na Placa Reforçada ref <sup>a</sup> 3 em ANSYS <sup>®</sup> sujeita a Carregamento Uniforme (mm).....	51
Figura 2.4-4 - Deslocamentos [m] na Placa Reforçada ref <sup>a</sup> 3 em Simulation <sup>®</sup> sujeita a Carregamento Uniforme (m) .....	51
Figura 2.5-1 - Modos de Vibração da placa obtidos em ANSYS <sup>®</sup> .....	54
Figura 2.5-2 - Modos de Vibração da Placa obtidos em Simulation <sup>®</sup> .....	54
Figura 2.6-1 - Modos de Vibração da Placa Reforçada em ANSYS <sup>®</sup> .....	56
Figura 2.6-2 - Modos de Vibração da Placa Reforçada em Simulation <sup>®</sup> .....	57
Figura 2.7-1 - Placa sujeita a carregamento Variável no Tempo .....	58
Figura 2.7-2 - Carregamento Variável no Tempo .....	58
Figura 2.7-3 - Quarto da Placa Dividida em Quatro Elementos Finitos.....	59
Figura 2.7-4 - Matriz dos coeficientes de rigidez de elementos rectangulares, $\rho_{i,j(b)}$ [10]...	59
Figura 2.7-5 - Curva Tempo/Deslocamentos [m] para Placa Simples Obtido em ANSYS <sup>®</sup> .....	61
Figura 2.7-6 - Deslocamentos [m] na Placa Simples sujeita a Carregamento Transiente para $t_i=0,15$ s obtidos em ANSYS <sup>®</sup> .....	61
Figura 3.1-1 - Desenhos Técnicos das Anteparas da Lancha Salva-Vidas .....	63
Figura 3.1-2 - Desenhos Técnicos das Balizas da Lancha Salva-Vidas .....	63
Figura 3.1-3 - Modelação da Lancha Salva-Vidas em SOLIDWorks <sup>®</sup> .....	64
Figura 3.1-4 - Corte Longitudinal do Modelo da Lancha Salva-Vidas .....	65
Figura 3.1-5 - Modelo da Proa da Lancha Salva-Vidas .....	66
Figura 3.1-6 - Modelo da Popa da Lancha Salva-Vidas.....	66
Figura 3.1-7 - Malha de Elementos Finitos aplicada na proa da Lancha Salva-Vidas.....	68
Figura 3.2-8 - Perfis e Balizas da Proa construídas na Liga de Alumínio 6082-T6.....	68
Figura 3.2-9 - Casco e Anteparas da Proa construídas na Liga de Alumínio 5083-H111 ..	68

Figura 3.2-10 - Malha de Elementos Finitos aplicada na popa da Lancha Salva-Vidas .....	69
Figura 3.2-11 - Perfis e Balizas da Ré construídas na Liga de Alumínio 6082-T6.....	69
Figura 3.2-12 - Casco e Anteparas da Ré construída na Liga de Alumínio 5083-H111 .....	69
Figura 3.3-1 - Zona de aplicação das Condições de Simetria, a amarelo .....	70
Figura 3.3-2 - Zona de aplicação da Condição de Apoio, a vermelho .....	71
Figura 3.3-3 - Pontos de Apoio de um Motor, a Vermelho .....	72
Figura 3.4-1 - Ilustração da altura da água na Proa da Lancha .....	73
Figura 3.4-2 - Gráfico da Pressão Hidrostática Exterior na Proa devido à água do mar.....	73
Figura 3.4-3 - Deslocamentos na Proa [m] devido à Pressão Hidrostática e à Pressão de Slamming.....	74
Figura 3.4-4 - Deslocamentos [m] na Antepara 17 devida à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de Slamming .....	75
Figura 3.4-5 - Deslocamentos [m] na Antepara 20 devido à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de Slamming .....	75
Figura 3.4-6 - Tensões de von Mises [Pa] induzidas na Proa devido à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de Slamming.....	76
Figura 3.4-7 - Tensões de von Mises [Pa] na Antepara 17 devido à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de Slamming.....	76
Figura 3.4-8 - Tensões de von Mises [Pa] na Antepara 17 devido à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de Slamming (excluindo o ponto de tensão máxima) .....	76
Figura 3.4-9 - Tensões de von Mises [Pa] na Antepara 20 devido à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de Slamming.....	76
Figura 3.4-10 - Tensões de von Mises [Pa] na Antepara 20 devido à Pressão Hidrostática exterior à Pressão de Slamming (excluindo o ponto de tensão máxima) .....	76
Figura 3.4-11 - Ilustração do Hipotético Alagamento do Compartimento.....	77
Figura 3.4-12 - Gráfico de Pressão Hidrostática na Proa da Lancha devido ao Alagamento .....	77
Figura 3.4-13 - Deslocamento [m] devido ao Alagamento do Compartimento Adjacente às Anteparas 17 e 20 .....	78
Figura 3.4-14 - Deslocamento [m] devido ao Alagamento do Compartimento Adjacente às Anteparas 17 e 20, na Antepara 20.....	78
Figura 3.4-15 - Deslocamento [m] devido ao Alagamento do Compartimento Adjacente às Anteparas 17 e 20, na Antepara 17 .....	78

Figura 3.4-16 - Tensões de Von Mises [Pa] devida ao Alagamento do Compartimento Adjacente às Anteparas 17 e 20.....	79
Figura 3.4-17 - Tensões de Von Mises [Pa] devida ao Alagamento do Compartimento Adjacente às Anteparas 17 e 20, na Antepara 17 .....	79
Figura 3.4-18 - Tensões de Von Mises [Pa] devida ao Alagamento do Compartimento Adjacente às Anteparas 17 e 20, na Antepara 20 .....	79
Figura 3.4-19 - 1º e 2º Modos de Vibração da Proa da Lancha.....	80
Figura 3.4-20 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] versus frequência, na direcção do eixo do X, para o intervalo 25 a 80 Hz .....	81
Figura 3.4-21 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] versus frequência, na direcção do eixo do Y, para o intervalo 25 a 80 Hz .....	81
Figura 3.4-22 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] versus frequência, na direcção do eixo do Z, para o intervalo 25 a 80 Hz.....	81
Figura 3.4-23 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] versus frequência, na direcção do eixo do X para o intervalo 25 a 75 Hz .....	82
Figura 3.4-24 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] versus frequência, na direcção do eixo do Y para o intervalo 25 a 75 Hz .....	82
Figura 3.4-25 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] versus frequência, na direcção do eixo do Z para o intervalo 25 a 75 Hz.....	82
Figura 3.4-26 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] versus frequência, na direcção do eixo do X para o intervalo 70 a 80 Hz .....	82
Figura 3.4-27 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] versus frequência, na direcção do eixo do Y para o intervalo 70 a 80 Hz .....	82
Figura 3.4-28 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] versus frequência, na direcção do eixo do Z para o intervalo 70 a 80 Hz.....	82
Figura 3.4-29 - Tensão de von Mises [Pa] induzida no ponto 1, pelo carregamento de slamming aplicado no intervalo de frequências [25-75] Hz.....	84
Figura 3.4-30 - Tensão de von Mises [Pa] induzida no ponto 1, pelo carregamento de slamming aplicado no intervalo de frequências [70-80] Hz.....	84
Figura 3.5-1 - Ilustração da altura da água na Ré Lancha .....	85
Figura 3.5-2 - Gráfico de Pressão Hidrostática Exterior na Ré devido à Água do Mar .....	85
Figura 3.5-3 - Curvas de Desempenho dos Jactos [25] .....	86
Figura 3.5-4 - Pontos de apoio de um jacto .....	86

Figura 3.5-5 - Deslocamentos [m] na popa devido à Pressão Hidrostática e Impulso dos Jactos com orifício circular da antepara 0 (cima) e excluindo o mesmo (baixo) .....	87
Figura 3.5-6 - Deslocamentos [m], na zona de apoio dos jactos (esquerda) devidos, apenas, à força de impulso dos mesmos (direita) .....	88
Figura 3.5-7 - Tensões de von Mises [Pa] devido apenas à Força de Impulso dos Jactos ..	88
Figura 3.5-8 - Deslocamento [m] da Antepara 0 (zero) devido à Pressão Hidrostática e Impulso dos Jactos com orifício circular (esquerda) e excluindo o mesmo (direita) ..	89
Figura 3.5-9 - Deslocamento [m] da Antepara 3 devido à Pressão Hidrostática e Impulso dos Jactos .....	89
Figura 3.5-10 - Deslocamento [m] da Antepara 7 devido à Pressão Hidrostática e Impulso dos Jactos .....	89
Figura 3.5-11 - Tensões de von Mises [Pa] na popa devido à Pressão Hidrostática e ao Impulso dos Jactos .....	90
Figura 3.5-12 - Tensões de von Mises [Pa] na Antepara 0 (zero) devido à Pressão Hidrostática e ao Impulso dos Jactos com orifício circular (cima) e excluindo o mesmo (baixo) .....	90
Figura 3.5-13 - Tensões de von Mises [Pa] na Antepara 3 devido à Pressão Hidrostática e ao Impulso dos Jactos .....	91
Figura 3.5-14 - Tensões de von Mises [Pa] na Antepara 7 devido à Pressão Hidrostática e ao Impulso dos Jactos (cima) e mesma secção, excluindo ponto de concentração de tensão (baixo) .....	91
Figura 3.5-15 - Ilustração do Hipotético Alagamento do Compartimento Estanque dos Motores .....	92
Figura 3.5-16 - Gráfico de Pressão Hidrostática devido ao Alagamento do Compartimento dos Motores .....	92
Figura 3.5-17 - Deslocamentos [m] devidos ao Alagamento do Compartimento dos Motores .....	92
Figura 3.5-18 - Deslocamentos [m] na Antepara 3 Devido ao Alagamento do Compartimento dos Motores .....	93
Figura 3.5-19 - Deslocamentos [m] na Antepara 7 Devido ao Alagamento do Compartimento dos Motores .....	93
Figura 3.5-20 - Tensões de von Mises [Pa] na popa devido ao Alagamento do Compartimento dos Motores .....	94

Figura 3.5-21 - Tensões de von Mises [Pa] na Antepara 3 devido ao Alagamento do Compartimento dos Motores .....	94
Figura 3.5-22 - Tensões de von Mises [Pa] na Antepara 7 devido ao Alagamento do Compartimento dos Motores .....	94
Figura 3.5-23 - Ilustração do Hipotético Alagamento do Compartimento Estanque dos Jactos .....	95
Figura 3.5-24 - Deslocamentos [m] devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos	96
Figura 3.5-25 - Deslocamentos [m] na Antepara 0 (zero) devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos.....	96
Figura 3.5-26 - Deslocamentos [m] na Antepara 3 devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos.....	96
Figura 3.5-27 - Deslocamentos [m] na Antepara 0 (zero) devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos, excluído orifício dos Jactos .....	96
Figura 3.5-28 - Tensões de von Mises [Pa] na Ré devido ao Alagamento do Compartimentos dos Jactos .....	97
Figura 3.5-29 - Tensões de von Mises [Pa] na Antepara 0 (zero) devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos.....	97
Figura 3.5-30 - Tensões de von Mises [Pa] na Antepara 3 devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos.....	97
Figura 3.5-31 - Tensões de von Mises [Pa] na Antepara 0 (zero) devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos, excluindo o orifício dos Jactos.....	98
Figura 3.5-32 - Modos de Vibração da Ré da Lancha.....	99

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1.1-1 - Características da Lancha Salva-Vidas .....	22
Tabela 1.3-1 - Variáveis para o Cálculo de Pressões Induzidas numa Lancha Rápida de acordo com [18].....	37
Tabela 1.3-2 - Altura Significativa de Onda e Período Respetivo para o Oceano Atlântico Norte [18] .....	38
Tabela 1.3-3 - Frequências de Encontro .....	41
Tabela 2.2-1 - Resumo dos deslocamentos no centro da Placa Simples .....	46
Tabela 2.3-1 - Resumo dos Deslocamentos no centro da Placa Simples .....	49
Tabela 2.5-1 - Resultados das frequências de vibração da Placa obtidas por via analítica .	53
Tabela 2.5-2 - Frequências da placa obtidas em Simulation® .....	54
Tabela 2.5-3 - Frequências da Placa refª 4 obtidas em ANSYS®.....	54
Tabela 2.5-4 - Resumo dos resultados das Frequências de Vibração da Placa .....	55
Tabela 2.6-1 - Frequências de Vibração da Placa Reforçada em ANSYS® .....	56
Tabela 2.6-2 - Frequências de Vibração da Placa Reforçada em Simulation® .....	57
Tabela 2.6-3 - Resumo das Frequências em Hz da Placa Reforçada .....	57
Tabela 2.8-1 - Resumo da Validação dos Métodos Numéricos .....	62
Tabela 3.4-1 - Frequências de Vibração da Proa da Lancha [Hz] .....	80
Tabela 3.5-1 - Frequências de Vibração da Ré da Lancha .....	99
Tabela 3.6-1 - Resumo dos valores mais representativos, obtidos na Análise Estática da Lancha .....	100
Tabela 3.6-2 - Resumo dos valores obtidos na Análise Dinâmica da Lancha.....	100





## 1. INTRODUÇÃO

A cooperação entre a Direcção de Navios da Marinha Portuguesa e o Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial da FCT/Universidade Nova de Lisboa (FCT/UNL) tem vindo a permitir a realização de estágios curriculares na Direcção de Navios, a alguns alunos finalistas do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica da FCT/UNL, possibilitando a aplicação e desenvolvimento dos conhecimentos adquiridos durante a formação universitária, com vista a realização de Teses de Mestrado e, consequentemente, a obtenção do Grau de Mestre.

O presente trabalho vem dar continuidade a estudos efectuados no passado sobre o comportamento estrutural de uma Lancha Salva-Vidas da *Classe Vigilante* da Marinha Portuguesa [1, 2].

Como nota introdutória ao tema apresentado, importa referir que, genericamente, os navios são abordados estruturalmente a três níveis: primário, secundário e terciário. O nível primário diz respeito à resposta estrutural global do navio como uma viga. Isto aplica-se a navios com razão comprimento/pontal (*length/depth*) superior a 12 e comprimento superior a 50 m [3]. Neste nível, as principais preocupações de projecto dirigem-se para os seguintes esforços:

- Semi-estáticos: torção (relevante para navios do tipo porta-contentores ou *catamarans*), aquebramento (*hogging*), contra-aquebramento (*sagging*) e respectivos momentos flectores e esforços de corte;
- Dinâmicos: o efeito de cargas dinâmicas de intensidade e frequência variável (*slamming*) das quais resulta uma resposta dinâmica da estrutura de intensidade e frequência variável denominada de *whipping*.

Os níveis secundário e terciário dizem respeito à resposta estrutural local do navio no que toca aos painéis reforçados e sem reforços, respectivamente. A estes níveis, as grandes preocupações de projecto dirigem-se para os seguintes esforços:

- Estáticos: Efeito de gruas, portas e escotilhas (ausência de material), mastros, armamento, movimento de líquidos dentro dos tanques, etc.;
- Dinâmicos: Carregamentos induzidos por equipamentos, nomeadamente a instalação propulsora (motores, linhas de veios e hélice).

Uma vez que o caso em estudo trata uma lancha rápida, de casco planante e compacta ( $L/D < 12$ ) – lancha *Classe Vigilante* – as cargas relevantes são o *slamming*, o alagamento dos compartimentos estanques e as cargas dinâmicas da instalação propulsora (motores e jactos). Desta forma, os principais objectivos deste estudo são os seguintes:

- Análise do comportamento da Lancha Salva-Vidas quando sujeita a carregamentos semelhantes às condições de serviço habituais, nomeadamente:
  - Pressão hidrostática exterior, por acção da água do mar, ao longo do casco;
  - Pressão devida ao *slamming* na proa da lancha;
  - Força devida à impulsão dos jactos na popa da lancha;
- Análise do comportamento estrutural dos compartimentos estanques adjacentes às anteparas números: 0, 3, 7, 17 e 20, quando sujeitos a uma hipotética situação de alagamento;
- Análise da resposta em frequência da lancha quando sujeita à pressão de *slamming*;
- Análise das frequências e modos de vibração da proa e popa da lancha.

### 1.1. Lanchas Salva-Vidas da *Classe Vigilante*

As embarcações da *Classe Vigilante* (figura 1.1-1), presentemente ao serviço do Instituto de Socorro a Náufragos da Marinha, são Unidades Auxiliares da Marinha (UAM) e são o primeiro Salva-Vidas integralmente projectado e construído em Portugal.

Trata-se de um conjunto de três embarcações especializadas na acção de socorro a náufragos, integralmente projectadas pelo Arsenal do Alfeite, onde também foram construídas. No seu desenho/projecto foi utilizado um sistema informático CAD, integrado com programas de análise estrutural por Elementos Finitos, sendo as pré-manufacturas feitas com base em modelos geométricos, obtidos à escala natural, a partir de um modelo virtual desenvolvido por computador [4]. No decurso da construção das lanchas foram introduzidas diversas modificações aconselhadas pela experiência acumulada, tendo a última embarcação entregue recebido já substanciais melhorias, tais como a introdução de múltiplos apoios de mãos interiores, introdução de uma ponte alta, alteração do *layout* do mastro, sistema de ar condicionado melhorado, entre outras.



Figura 1.1-1 - Lancha Salva-Vidas UAM 603

Os Salva-Vidas, com capacidade auto-endireitante (figura 1.1-2), foram concebidos para operar em mar de força oito, com uma altura significativa de onda de nove a catorze metros e vento de força dez (48 a 55 nós) [4]. Desta forma, a embarcação está preparada para resistir às pressões induzidas na estrutura, aquando a reentrada do casco na água após a elevação originada pela passagem por uma onda (efeito de *slamming*), quando navega em mares desta natureza. A pressão dinâmica do vento não foi considerada nas estruturas analisadas, uma vez que se revela muito inferior às pressões hidrostáticas induzidas pela água no casco, sendo por isso desprezada.



**Figura 1.1-2 - Demonstração da capacidade auto-endireitante**

Os Salva-Vidas estão certificados pela Sociedade Classificadora *Rinave/Bureau Veritas* e podem recolher doze náufragos, incluindo acidentados em posição deitada.

A embarcação é constituída por duas ligas de alumínio distintas (liga 5083-H111 e a liga 6082-T6), com características diferentes [2], e a propulsão é conseguida através de dois motores diesel *Scania* [5], que accionam dois jactos de água (tabela 1.1-1).

Estas embarcações atingem velocidades superiores a 26 nós e o tipo de propulsão utilizado permite uma excelente manobrabilidade e facilita a aproximação a outras embarcações, ou a náufragos na água, sem os riscos que a propulsão convencional com hélices coloca.

Capazes de altas velocidades, com uma razoável capacidade de transporte e de autonomia, estes Salva-Vidas constituem uma clara mais-valia para a organização de busca e salvamento da costa portuguesa. A tabela 1-1 apresenta algumas das principais características da lancha [3].

**Tabela 1.1-1 - Características da Lancha Salva-Vidas**

Comprimento total	14,5 metros
Boca máxima	4,3 metros
Pontal	2,1 metros
Calado	0,8 metros
Deslocamento carregado	18 toneladas
Velocidade máxima	25 nós
Autonomia	Superior a 160 milhas
Aguada	200 Litros
Tripulação	4 Elementos
Propulsão	2 Motores <i>Scania</i> DI 12 43M 2x 478 KW
Jacto de água	<i>Ultradynamics</i> UJ 376
Equipamentos	Sistema integrado de navegação GPS, sonda, sistema integrado de comunicações interior/exterior, etc.

## 1.2. Ligas de alumínio para construção naval

Como referido anteriormente, os materiais utilizados no fabrico da lancha são ligas de alumínio, tornando-se pertinente aprofundar o seu estudo neste documento.

O uso de ligas de alumínio na construção naval faz todo o sentido, uma vez que as suas propriedades trazem inúmeras vantagens em relação ao aço. Como a tendência evolutiva das embarcações é no sentido de maior velocidade, maior capacidade de carga, maior estabilidade e menor corrosão [6], o alumínio é uma opção bastante válida. Comparativamente ao aço, o alumínio apresenta as seguintes propriedades: elevada resistência específica e condutibilidade térmica; baixo ponto de fusão; boa resistência à corrosão devido à formação de uma camada de alumina; não magnético, o que em navios é uma mais-valia, uma vez que não afecta o material electrónico e não produz campos magnéticos [7].

Os motivos pelos quais nem sempre este é o material de eleição na construção de grandes navios estão fortemente relacionados com o seu elevado custo inicial (8 a 10 vezes o preço do aço por tonelada [8]), assim como com a quantidade muito significativa de material necessária para fabricar secções com momento de inércia resistente aos elevados momentos flectores aplicados nas secções mais solicitadas dos grandes navios. Em paralelo, as ligas de alumínio são mais difíceis de soldar do que as ligas de aço e as ligações soldadas obtidas entre ligas de alumínio estão frequentemente repletas de defeitos de soldadura, em particular de porosidades, que sob acção de cargas cíclicas, dão origem à nucleação e propagação de numerosas fendas por fadiga. Assim, as ligas de alumínio de construção naval são maioritariamente utilizadas em embarcações de menores dimensões, pois o custo inicial é compensado com o aumento de capacidade de carga, uma vez que o peso total da embarcação é menor, comparativamente à mesma construção em aço [7].

Das várias ligas de alumínio existentes, a construção naval opta principalmente pelas ligas pertencentes às series 5xxx e 6xxx [6], mais especificamente às ligas 5083-H111 e 6082-T6.

O anexo 1a apresenta as propriedades físicas e mecânicas da liga 5083-H111. Esta liga possui uma resistência mecânica média e uma boa resistência à corrosão em ambiente salino, sendo por isso utilizada na zona do casco de embarcações, que se encontra permanentemente em contacto com a água do mar. A curva tensão/extensão para esta liga, obtida experimentalmente, que é passível de encruamento por deformação mecânica [9], é mostrada na figura 1.2-1.

A liga 6082-T6, tratável termicamente, é considerada uma liga de média/alta resistência [6], sendo por isso, essencialmente usada em perfis extrudidos, soldados à chapa do casco, que funciona, como perfis de reforços internos e balizas, de modo a conseguir painéis reforçados leves, suficientemente rígidos e resistentes [10]. O anexo 1b mostra as propriedades físicas e mecânicas da liga 6082-T6 e a figura 1.2-2 mostra a curva de tensão/extensão, obtida experimentalmente, para esta liga [9].

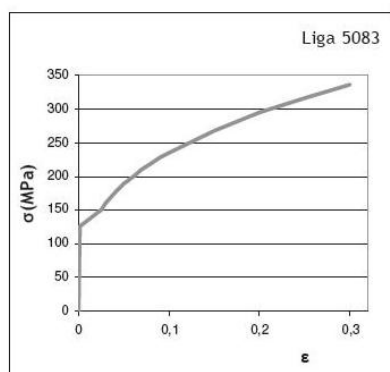


Figura 1.2-1 - Curva Tensão/Extensão da liga de Alumínio 5083-H111

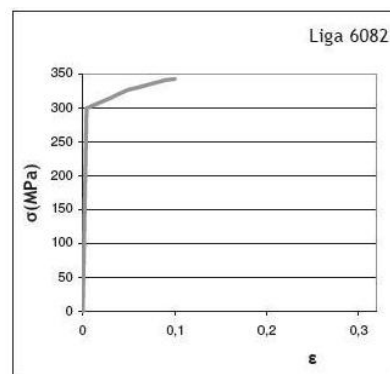


Figura 1.2-2 - Curva Tensão/Extensão da liga de Alumínio 6082-T6

No navio em estudo, aplicam-se os materiais descritos. Assim, os reforços internos – longarinas e balizas – são construídos na liga 6082-T6, enquanto a chapa do casco e anteparas é da liga 5083-H111, como mostra a figura 1.2-3. Considerou-se ainda que os modelos dos materiais apresentados nas figuras 1.2-1 e 1.2-2, incluindo o encruamento, foram utilizados nas análises durante a elaboração do presente trabalho.



Figura 1.2-3 - Casco e reforço interior da lancha. Cruzamento entre longarina e baliza, com detalhe geométrico de alívio de tensões e chapas ligação e de distribuição de tensões.

### 1.3. Introdução teórica

#### 1.3.1. Teoria clássica de placas

Uma placa, segundo [11], é uma estrutura plana em que a espessura tem uma dimensão muito reduzida quando comparada com as outras dimensões - modelo da Placa de Kirchhoff (figura 1.3-1). A placa pode referir-se à superfície média, a qual bissecta a espessura em cada ponto. A teoria clássica de placas baseia-se nas seguintes hipóteses:

1. O material da placa é elástico, homogéneo e isotrópico;
2. A placa é, inicialmente, plana (antes de deformada);
3. A espessura da placa é pequena em comparação com as outras dimensões, que são pelo menos dez vezes maiores do que a espessura ( $a > 10h$ ,  $b > 10h$ );
4. O deslocamento transversal da placa é pequeno em comparação com a sua espessura, sendo o deslocamento máximo menor do que um quinto da espessura da placa ( $W_{max} < h/5$ );
5. As tangentes à superfície média, depois de deformada, são pequenas em comparação com a unidade;
6. As deformadas são tais que, os planos normais à superfície média inicial continuam perpendiculares à superfície média depois de a placa ser deformada ( $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_z = 0$ );
7. As tensões normais à superfície médias são desprezáveis ( $\sigma_z = 0$ );
8. As extensões da superfície média são desprezáveis em comparação com as extensões de flexão. ( $u = v = 0$  na superfície média).

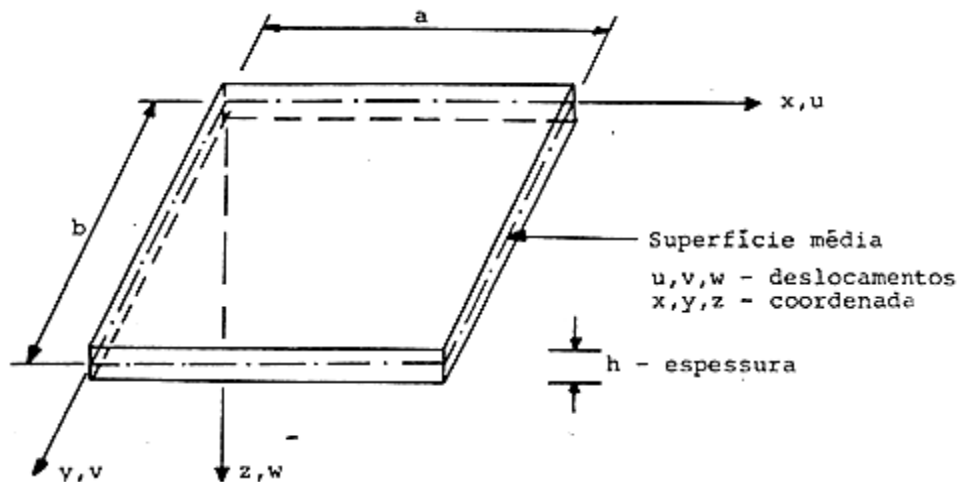


Figura 1.3-1 - Caracterização geométrica de uma placa simples. Definição de coordenadas e respectivos deslocamentos

De acordo com [11, 12] e pelas hipóteses 6 e 7, acima descritas, as tensões  $\sigma_{xz}$ ,  $\sigma_{yz}$ ,  $\sigma_{zz}$  são nulas. O pressuposto de que o material permanece no regime elástico (hipótese 1) permite o uso da Lei de Hooke e das equações constitutivas, representadas pelas equações [1.3.1], [1.3.2] e [1.3.3], com  $\sigma_z = 0$ .

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]; \quad [1.3.1]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]; \quad [1.3.2]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_x)]; \quad [1.3.3]$$

Permite ainda o uso das equações [1.3.4] e [1.3.5], que relacionam a tensão e extensão num elemento de placa.

$$\sigma_x = E\varepsilon_x + \nu\sigma_y; \quad [1.3.4]$$

$$\sigma_y = E\varepsilon_y + \nu\sigma_x \quad [1.3.5]$$

Substituindo a equação [1.3.5] na equação [1.3.4], obtém-se a equação [1.3.6].

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) \quad [1.3.6]$$

Da mesma forma, substituindo [1.3.4] em [1.3.5], obtém-se a equação [1.3.7].

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) \quad [1.3.7]$$

As tensões de corte  $\tau_{xy}$  e  $\tau_{yx}$  surgem a partir da equação [1.3.8], que resulta na equação [1.3.9].

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy} \quad [1.3.8]$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} = \tau_{yx} \quad [1.3.9]$$

Condensando as equações [1.3.6], [1.3.7] e [1.3.9] sob a forma de matriz obtém-se a seguinte lei constitutiva:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}; \quad [1.3.10]$$

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}; \quad [1.3.11]$$

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}; \quad [1.3.12]$$

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 2\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad [1.3.13]$$

Onde  $\{\sigma\}$  e  $\{\varepsilon\}$  são os vectores das tensões e extensões, respectivamente,  $E$  é o módulo de elasticidade e  $\nu$  o coeficiente de Poisson.



### 1.3.2. Placas Reforçadas

Um grande número de placas são reforçadas porque o reforço é uma forma eficiente de aumentar, significativamente, a rigidez de placas sem aumentar, consideravelmente, o peso da placa [11]. Os reforços podem ser simétricos e não simétricos, como se mostra na figura 1.3-2.

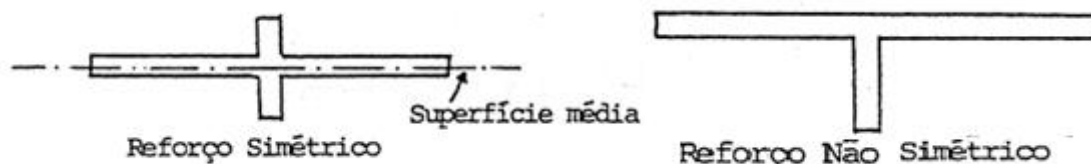


Figura 1.3-2 - Reforço simétrico (esquerda) e reforço não simétrico (direita)

Os reforços não simétricos são mais fáceis de produzir que os reforços simétricos, têm um custo de produção menos elevado e por norma são utilizados em embarcações menores e que não estão sujeitas a esforços tão elevados quanto aqueles a que estavam sujeitos navios de grande porte. A escolha pende sobre os reforços simétricos, quando o elevado custo de produção é justificado pela dimensão do navio e existe a necessidade de garantir uma maior rigidez, uma vez que as tensões induzidas na estrutura são muito superiores.

É de salientar que a teoria de placas desenvolvida pode aplicar-se a placas com reforços simétricos, pois estas placas podem ser consideradas placas com espessura variável. Consequentemente, o efeito dos reforços tem de ser considerado na escolha e no número de funções escolhidas como solução do problema. Para placas com muitos reforços pode considerar-se a placa reforçada como uma placa ortotrópica e determinar os coeficientes de rigidez equivalentes como demonstrado em M. Soares [11]. Os reforços podem transformar consideravelmente a deformada e modos de vibração, como mostra a figura 1.3-3.

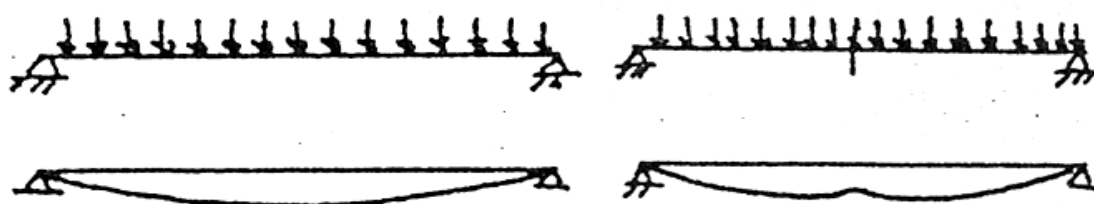


Figura 1.3-3 - Comportamento de placas não reforçadas vs placas reforçadas

### 1.3.3. Solução de Navier para placas apoiadas

A secção 1.6 de R. Szilard [12] demonstra que a solução de Navier para a deformada de uma placa rectangular ( $a \times b$ ), apoiada em quatro arestas e sujeita a uma pressão transversal ao plano da placa,  $p_z(x,y)$ , é obtida como se descreve seguidamente, considerando as condições de fronteira [1.3.14].

$$(w)_{x=0,x=a} = 0, (w)_{y=0,y=b} = 0 \quad [1.3.14]$$

1. A deformada da placa,  $w(x,y)$  pode ser expressa pela dupla série descrita na equação [1.3.15], que satisfaz as condições de fronteira acima referidas, sendo  $W_{mn}$  inicialmente desconhecido.

$$w(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (m, n=1, 2, 3, \dots) \quad [1.3.15]$$

2. O carregamento  $p_z(x,y)$  é expresso pela dupla série indicada na equação [1.3.16].

$$p_z(x,y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (m, n=1, 2, 3, \dots) \quad [1.3.16]$$

O coeficiente  $P_{mn}$  depende do tipo de carregamento aplicado e o seu cálculo será apresentado mais adiante (páginas 49 e 52).

3. Substituindo as equações [1.3.15] e [1.3.16] na equação de equilíbrio de placas [1.3.17], obtêm-se as equações [1.3.18] e [1.3.19], revelando o coeficiente  $W_{mn}$ , anteriormente desconhecido.

$$\boxed{\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p_z(x,y)}{D}} \quad [1.3.17]$$

$$W_{mn} \left[ \frac{m^4 \pi^4}{a^4} + \frac{2m^4 n^4 \pi^4}{a^2 b^2} + \frac{n^4 \pi^4}{b^4} \right] \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) = \frac{1}{D} P_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad [1.3.18]$$

$$W_{mn} = \frac{P_{mn}}{D \pi^4 \left[ \left(\frac{m^2}{a^2}\right) + \left(\frac{n^2}{b^2}\right) \right]^2} \quad [1.3.19]$$

onde  $D$  representa o coeficiente de rigidez de flexão da placa, sendo obtido pela equação [1.3.20].

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad [1.3.20]$$

Substituindo  $W_{mn}$  na equação [1.3.15] obtém-se a equação [1.3.21], que descreve a solução geral de Navier para a deformada de uma placa rectangular ( $a \times b$ ), simplesmente apoiada e sujeita a uma pressão transversal ao plano da placa ( $p_z(x,y)$ ).

$$w(x,y) = \frac{1}{D\pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{mn}}{\left[\left(\frac{m^2}{a^2}\right) + \left(\frac{n^2}{b^2}\right)\right]^2} \cdot \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad [1.3.21]$$

#### 1.3.4. Solução para vibração de placas/Dinâmica de placas

Numa abordagem simplificada, é possível determinar as frequências de vibração e os deslocamentos de um sistema com um grau de liberdade com o auxílio das equações básicas de movimento ( [1.3.22], [1.3.23] e [1.3.24] ), em que  $m$  representa a massa do sistema e  $k$  a constante de rigidez do mesmo.

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad [1.3.22]$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ [Rad/s]} \quad [1.3.23]$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \text{ [Hz]} \quad [1.3.24]$$

A frequência natural de vibração de uma viga ou placa pode ser determinada através da equação [1.3.23], enquanto a equação [1.3.24] permite a conversão da frequência de vibração obtida de rad/s para Hz.

De acordo com a secção 4.2 de R. Szilard [12], o movimento forçado de uma placa não amortecida, variável no tempo, é dependente da pressão transversal aplicada, que é função do tempo,  $p_z(x,y,t)$  (figura 1.3-4), a qual pode ser convenientemente representada por uma série de Fourier [1.3.25].

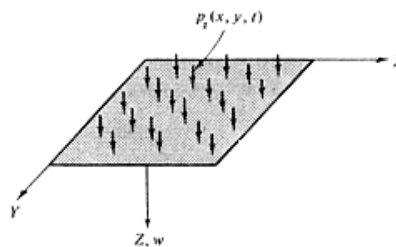


Figura 1.3-4 - Sistema composto por placa simples

$$p_z(x, y, t) = p_z(x, y)(\theta t) = p_z(x, y) \sum_n P_n \sin p_n t \quad [1.3.25]$$

Considerando a inércia da placa devida à sua aceleração, a equação de equilíbrio dinâmico de placas não amortecidas, é representada por [1.3.26], onde  $h$  é a espessura da placa e  $\bar{m} = \rho h$ .

$$D\nabla^2 \nabla^2 w(x, y, t) = p_z(x, y, t) - \bar{m} \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} \quad [1.3.26]$$

No caso de vibração livre, com  $p_z(x, y, t) = 0$ , a equação [1.3.26] é substituída pela equação [1.3.27].

$$D\nabla^2 \nabla^2 w(x, y, t) + \bar{m} \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = 0 \quad [1.3.27]$$

Considerando que a deformada da placa em função do tempo,  $w(x, y, t)$ , pode ser representada pela equação de forma [1.3.28], que deve satisfazer as condições iniciais de movimento em  $t = 0$  e as condições de fronteira da placa, a substituição da equação [1.3.28] na equação [1.3.27] permite obter a equação [1.3.29], de acordo com R. Szilard [12].

$$w(x, y, t) = X(x).Y(y).\theta(t) \quad [1.3.28]$$

$$X^{(4)}Y + 2X''Y'' + XY^{(4)} - \frac{\bar{m}\omega^2}{D}XY = 0 \quad [1.3.29]$$

Para placas simplesmente apoiadas, a equação de forma [1.3.28] pode ser dada pela série de Fourier indicada na equação [1.3.30], que corresponde à solução de Navier.

$$X(x).Y(y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{com } m = n = 1, 2, 3, \dots) \quad [1.3.30]$$

A substituição da equação [1.3.30] na equação [1.3.29] permite obter a equação [1.3.31], e por consequência, a equação [1.3.32], onde  $\bar{m} = \rho \times h$ .

$$\frac{m^4 \pi^4}{a^4} + 2 \frac{m^2 \pi^4 n^2}{a^2 b^2} + \frac{n^4 \pi^4}{b^4} - \frac{\bar{m}\omega^2}{D} = 0 \quad [1.3.31]$$

$$\boxed{\omega_{mn} = \pi^2 \left[ \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] \sqrt{\frac{D}{\bar{m}}}} \quad \text{com } (m = n = 1, 2, 3, \dots) \quad [1.3.32]$$

Para obtenção da frequência natural de vibração da placa deverá ser aplicada a equação [1.3.32] com  $m = n = 1$ . As restantes combinações de valores de  $m$  e  $n$  darão as frequências de vibração seguintes.

### 1.3.5. Introdução ao Método dos Elementos Finitos (M.E.F.)

O estudo do comportamento mecânico e estrutural da lancha implica a utilização de elementos finitos de tipo placa simples e casca, uma vez que as chapas utilizadas na estrutura real são elementos estruturais planos e curvos em que a espessura tem uma dimensão muito inferior quando comparada com as outras dimensões.

O estudo numérico do comportamento estrutural da lancha salva-vidas da *Classe Vigilante* inicia-se com a validação dos resultados obtidos por via numérica, do comportamento de placas sujeitas a diferentes condições de carregamento e fronteira, por comparação com os resultados obtidos através de expressões analíticas para os mesmos modelos de placas, carregamentos e condições fronteira. O cálculo das deformadas, das tensões e das frequências de vibração obtidas por via numérica foi feito através do Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizando os programas computacionais *Simulation*<sup>®</sup> e *ANSYS*<sup>®</sup>.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma poderosa ferramenta de análise de estruturas e, no caso dos navios, pode ser aplicável tanto na fase de projecto, como no estudo dinâmico durante o funcionamento [13]. A base da análise do comportamento de uma estrutura sujeita a carregamentos e restrições por elementos finitos é a aproximação de um meio contínuo por meio de elementos discretos. Por outras palavras, o comportamento da estrutura é obtido considerando o comportamento do conjunto dos elementos. Assim, um resultado, teoricamente contínuo, é obtido através de uma aproximação de valores obtidos num meio discreto.

É de salientar algumas características do método de elementos finitos que o tornam adequado para a análise estrutural:

- É um método que não carece de instrumentos experimentais especiais, sendo por isso económico;
- É possível determinar soluções (deformadas, tensões, etc.), particularmente quando os modelos são complexos, quer ao nível da geometria, carregamento e de condições de fronteira;

- Pode ser utilizado para diversos modelos de materiais, simples ou complexos.
- Depende de um sistema informático base simples, o que torna o estudo rápido e fácil.

Para a utilização do método dos elementos finitos é necessário dividir a estrutura em elementos finitos, aos quais são aplicados modelos matemáticos que tentam descrever o comportamento real do corpo. A figura 1.3-5 ilustra este processo.

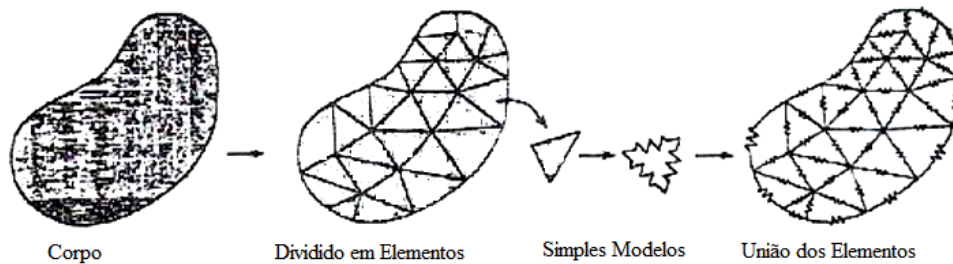


Figura 1.3-5 - Divisão de um corpo contínuo em elementos finitos

Alguns dos inúmeros tipos de elementos finitos existentes, são:

- Elemento unidimensional na direcção  $x$ , com dois pontos nodais  $i$  e  $j$ , como mostra a figura 1.3-6:

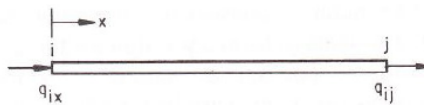


Figura 1.3-6 - Elemento unidimensional na direcção  $x$  (elemento barra)

- Elemento bidimensional no plano  $(x, y)$  e com três pontos nodais  $(i, j, k)$ , como mostra a figura 1.3-7:

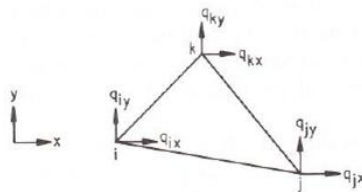


Figura 1.3-7 - Elemento bidimensional da direcção  $xy$  (elemento placa/casca)

- Elemento tridimensional rectangular com oito pontos nodais, como ilustrado na figura 1.3-8:

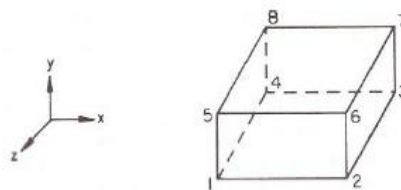


Figura 1.3-8 - Elemento tridimensional (elemento sólido)

As aproximações associadas aos elementos finitos dependem de várias variáveis, como por exemplo: o tipo de elemento escolhido, o número de elementos utilizados para a modelação do domínio e as condições de fronteira existentes.

O modelo matemático consiste na combinação de equações de cada elemento finito, de forma a gerar uma solução para o domínio que satisfaça as condições de fronteira.

A solução é baseada tanto na abordagem de, eliminar completamente a equação diferencial (problemas no estado estável), ou tornar as equações diferenciais parciais numa aproximação a um sistema de equações diferenciais ordinárias, que são integradas numericamente utilizando técnicas analíticas convencionais, como o Método de Euler ou de Runge-Kutta [14].

Como exemplo, para elementos com deslocamentos uniaxiais e biaxiais, tem-se a os vectores [1.3.33], em que  $[q]$  define o deslocamento dos pontos nodais e  $[F]$  define as forças aplicadas nos pontos nodais. A matriz  $[q]$  e  $[F]$  dependem também do tipo e da geometria do elemento a ser considerado.

$$[q] = \begin{bmatrix} q_{ix} \\ q_{jx} \end{bmatrix} \quad [F] = \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{jx} \end{bmatrix}$$

$$[q] = \begin{bmatrix} q_{ix} \\ q_{iy} \\ q_{jx} \\ q_{jy} \\ q_{kx} \\ q_{ky} \end{bmatrix} \quad [F] = \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ F_{jx} \\ F_{jy} \\ F_{kx} \\ F_{ky} \end{bmatrix} \quad [1.3.33]$$

A matriz de função de forma  $[N]$  define a relação entre o deslocamento nodal  $[q]$  e o deslocamento geral  $\delta$ . A matriz  $[N]$  pode ser expressa como demonstrado na equação [1.3.34].

$$\delta = [N_i \quad N_j] \cdot \begin{bmatrix} q_i \\ q_j \end{bmatrix} = [N] \cdot [q]$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_{ix} \\ q_{iy} \\ q_{jx} \\ q_{jy} \\ q_{kx} \\ q_{ky} \end{bmatrix} \quad [1.3.34]$$

A extensão de um elemento pode ser expressa em termos da extensão dos pontos nodais, segundo a equação [1.3.35].

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} \end{bmatrix} [\delta] \quad [1.3.35]$$

A tensão pode ser obtida pela equação [1.3.36], onde  $[\varepsilon_0]$  é a deformação inicial,  $[\varepsilon]$  é a deformação total e  $[D]$  a matriz de elasticidade.

$$[\sigma] = [D][\varepsilon] - [E][\varepsilon_0] \quad [1.3.36]$$

Mais informação sobre o MEF, no que respeita as propriedades dos elementos finitos, as matrizes a utilizar e qual a formulação matemática, pode ser encontrada na referencia bibliográfica [14].

### 1.3.6. *Slamming*

As diferentes forças que actuam numa embarcação, segundo [11, 15], podem ser agrupadas em quatro grupos principais:

- Forças relacionadas com o peso próprio e inércia das estruturas.
- Pressões hidrodinâmicas e hidrostáticas aplicadas às diversas estruturas em contacto com fluidos.
- Forças de inércia relacionadas com a aceleração/desaceleração dos fluidos, quer da água do mar quer de líquidos que possam ser transportados no navio.
- Forças de impacto provocadas pelas ondas do mar no embate com o casco.

É no quarto grupo que se pode encontrar o efeito de *slamming*, uma vez que este está directamente relacionado com o impacto sofrido no navio, devido à sua reentrada no mar (figura 1.3-9). Em navios de grande porte, este fenómeno ocorre com menos frequência mas com maiores repercussões para a estrutura, podendo surgir deformações permanentes ao longo da direcção longitudinal da mesma, quando se reúnem uma série de condições específicas. Estas condições estão principalmente relacionadas com a forma como o casco, após se elevar fora de água, embate violentamente na mesma ao reentrar [15] e com a velocidade elevada com que isto sucede. No caso da lancha em estudo, por ser uma lancha de pequenas dimensões, muito rígida e que atinge elevadas velocidades, o



efeito de *slamming* constantemente presente, acontecendo por vezes que a lancha se eleva, na totalidade, fora de água.

Em paralelo, estudos realizados demonstram que a vibração causada pelo impacto da reentrada do navio na água tem como efeitos a sujeição à fadiga das estruturas navais em embarcações de menor dimensão, resultando na falha prematura das estruturas mais susceptíveis à fadiga. O estudo deste acontecimento é importante, na medida em que contribui para cerca de 50% do dano total por fadiga no casco de um navio [16].



Figura 1.3-9 - Navio momentos antes de sofrer o efeito de *slamming*

O *whipping* é o resultado vibratório da estrutura no primeiro modo de vibração natural causado pelo impacto hidrodinâmico da proa aquando da reentrada na água. De acordo com [16], no caso de se tratar de ressonância vertical do casco, ou horizontal, o fenómeno é denominado de *springing* ou *swinging*, respectivamente.

O efeito de *whipping* pode ser potencialmente perigoso quando a frequência natural da estrutura do navio e a frequência de encontro nas ondas coincidem, causando a amplificação dos efeitos dinâmicos.

Estes fenómenos estão, também, directamente relacionados com a orientação do navio em relação à onda, com a altura significativa de onda e com a velocidade relativa entre a onda e o navio. A frequência de encontro depende directamente da velocidade relativa entre a onda e o navio e do ângulo de encontro entre ambos. De acordo com [17], a frequência natural da estrutura das embarcações da *Classe Vigilante* está afastada das frequências de carregamento impostas pelo efeito de *slamming*.

Para determinar o efeito de *slamming* é necessário começar por calcular a pressão de impacto da onda no casco da lancha. Este carregamento é simulado pela aplicação de uma pressão constante, no casco, ao nível do plano da antepara 20 entre a quilha e o quinado do costado, numa área de  $0,15 \text{ m}^2$  sensivelmente, como mostra a figura 1.3-10.

Embora a zona do casco sujeita ao impacto de *slamming* seja, na realidade maior, cobrindo uma área que se estende desde a quilha até ao quinado e prolongando-se até próximo da antepara 17, optou-se por aplicar o carregamento apenas na zona a vermelho, como mostra a figura 1.3-10, uma vez que desta forma, maximiza-se o braço de aplicação da força em relação à condição de encastramento. Esta solução não será a que se aproxima mais da realidade mas ainda assim consegue demonstrar o tipo de comportamento da proa quando sujeita a este efeito.

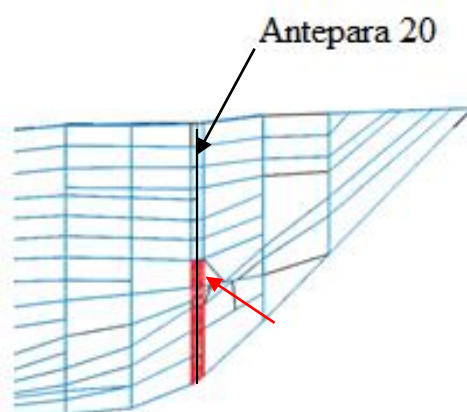


Figura 1.3-10 - Zona vermelha indicadora da área de aplicação da pressão de *slamming*

Para calcular a pressão máxima a que a estrutura é sujeita [1.3.37] são consideradas algumas das pressões aplicadas sobre lanchas rápidas [18], nomeadamente:

Carregamentos dinâmicos induzidos pelo movimento da lancha:

- Pressões hidrodinâmicas exteriores induzidas pela água do mar;
- Pressão devido ao *slamming*;
- Pressão no casco devido a *pitching* (movimento oscilatório).

Carregamentos estáticos induzidos pela água do mar:

- Pressões hidrostáticas exteriores devido à água do mar.

De acordo com [18], de entre várias combinações de contribuições possíveis que se apresentam em baixo ( $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  e  $P_4$ ), a pressão de projecto  $P_3$  foi tida como a mais crítica, como demonstrado na equação [1.3.37].

$$P_1 = H_f \times S_f \times P_w + P_{hl}; \quad P_2 = H_f \times S_f \times P_p + P_{hl}; \quad P_3 = H_f \times S_f \times C_f P_{dl}; \quad P_4 = H_f \times G_f \times S_f \times C_f \times P_f.$$

onde,  $H_f$ ,  $S_f$ ,  $C_f$  e  $G_f$  são os factores de projecto para casco, condições de serviço, tipo de embarcação e zona de operação da embarcação, respectivamente (1.0, 1.2, 1.0 e 1.0 para uma lancha de patrulha, respectivamente), e:

- $P_w$  – Pressão hidrodinâmica devido ao movimento de navegação;  
 $P_{hl}$  – Pressão hidrostática devido à água do mar no casco;  
 $P_p$  – Pressão devido ao *pitching* na base do casco;  
 $P_{dl}$  – Pressão devido ao *slamming* na base do casco;  
 $P_f$  – Pressão devido ao *slamming* no costado.

A tabela 1.3-1 resume os valores das variáveis utilizadas no cálculo das pressões acima referidas e revela o resultado das várias contribuições possíveis.

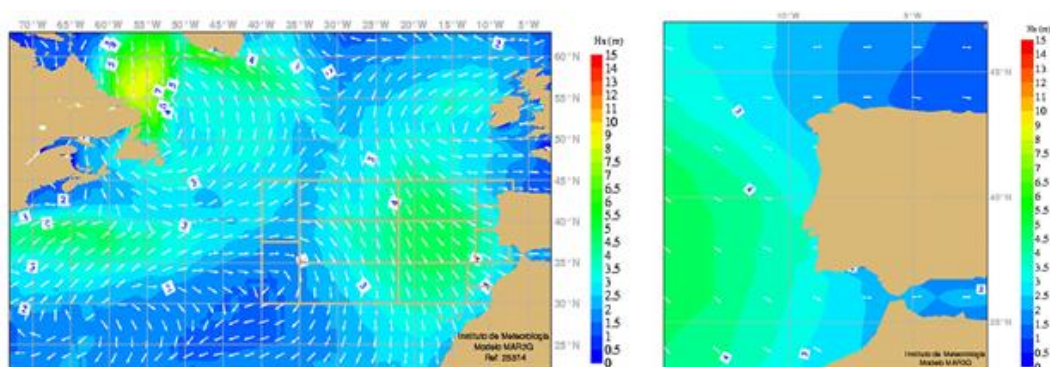
**Tabela 1.3-1 - Variáveis para o Cálculo de Pressões Induzidas numa Lancha Rápida de acordo com [18].**

$H_f=1.0$	$P_w = 11.144 \text{ kN/m}^2$	$P_1 = 14.238 \text{ kN/m}^2$
$S_f=1.2$	$P_{hl} = 0.86 \text{ kN/m}^2$	$P_2 = 29.608 \text{ kN/m}^2$
$C_f=1.0$	$P_p = 23.957 \text{ kN/m}^2$	$P_3 = 196.278 \text{ kN/m}^2$
$G_f=1.0$	$P_{dl} = 163.565 \text{ kN/m}^2$	$P_4 = 58.722 \text{ kN/m}^2$
	$P_f = 46.435 \text{ kN/m}^2$	

Assim, o valor da pressão induzida pelo efeito de *slamming* ( $P$ ) será igual à maior das contribuições, como mostra a equação [1.3.37] e tem o valor estimado de 196 280 Pa.

$$P = \max\{14,238; 29,608; 196,28; 58,722\} = 196,28 \text{ kN/m}^2 \quad [1.3.37]$$

As perturbações da superfície do mar são criadas por grupos de ondas formadas pelo vento na superfície da água. O modelo MAR3G, do IM (Instituto de Meteorologia Portuguesa) [19], obtém diariamente previsões de parâmetros, tais como, altura significativa ( $H_s$ ), direcção média vectorial (DMV) (figura 1.3-11) e período médio de onda ( $T_m$ ) (figura 1.3-12), que permitem caracterizar as condições do mar onde a lancha opera. Importa ainda referir que a altura significativa de onda refere-se à média da terça parte das ondas com maior altura registadas durante um intervalo de tempo, representando, por isso, uma situação de navegação mais critica e, por conseguinte, carregamentos mais elevados.



**Figura 1.3-11 - Exemplo de Direcção Média Vectorial e Altura Significativa de Onda (IM)**

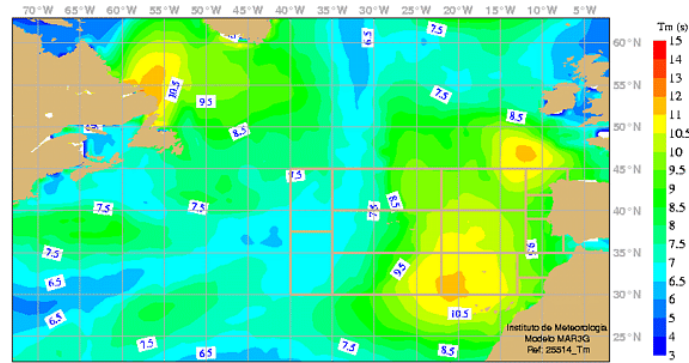


Figura 1.3-12 - Exemplo do Período das Ondas (IM)

Embora a informação publicada pelo Instituto Português de Meteorologia servisse o propósito de modelar um carregamento harmónico com base nos carregamentos dinâmicos (equação [1.3.38]), que fosse representativo da Costa Portuguesa, os dados na tabela 1.3-2 foram retirados de [15], de acordo com a *International Association of Classifications Societies Ltd (IACS)*. A tabela 1.3.2 representa a altura significativa máxima de onda ( $H_s$ ) e o período respectivo ( $T_z$ ) para o Oceano Atlântico Norte.

$$C(t) = \frac{P}{2} + \frac{P}{2} \cos(\omega t + \pi) \quad [1.3.38]$$

Tabela 1.3-2 - Altura Significativa de Onda e Período Respectivo para o Oceano Atlântico Norte [18]

$T_z$ (s)	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
$H_s$ (m)	1.5	4.5	9.5	13.5	14.5	14.5

Considerando os dados da tabela 1.3-2 é possível deduzir a expressão sinusoidal simplificada para o efeito de *slamming*, assumindo que a pressão aplicada no casco da lancha,  $P$  (equação [1.3.38]), é uma pressão máxima que contém as várias contribuições dinâmicas. A variação dos impactos hidrodinâmicos no tempo (figura 1.3-13) para ondas de alta e baixa frequência (figura 1.3-14) pode ser expressa como uma função co-seno com uma amplitude,  $P$  (196,28 kN/m<sup>2</sup>), uma frequência,  $\omega = 2\pi/T_z = 1,142$  rad/s, relacionada com a altura significativa de onda para qual a lancha foi projectada ( $H_s = 10$  m) e um período de onda para a zona onde a lancha opera,  $T_z \approx 5,5$  s, de acordo com a tabela 1.3-2 (Oceano Atlântico Norte).

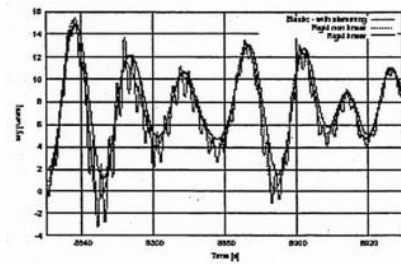


Figura 1.3-13 - Sobreposição do efeito de *slamming* (carregamento de alta frequência) ao carregamento de baixa frequência

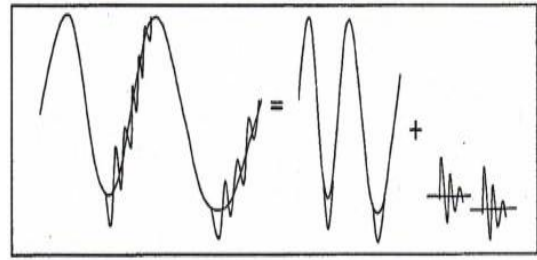


Figura 1.3-14 - Decomposição do efeito de *slamming* (carregamento de alta frequência) e do carregamento de baixa frequência

Substituindo os valores de  $P$  e  $\omega$  na equação [1.3.38] obteve-se a equação que descreve a variação no tempo dos impactos hidrodinâmicos, equação [1.3.39], e a sua representação gráfica (figura 1.3-15).

$$C(t) = 98,139 + 98,139 \cos(1,142t + \pi) \quad [1.3.39]$$

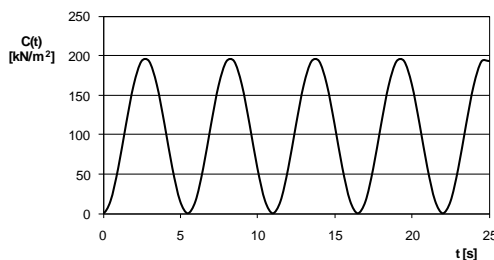


Figura 1.3-15 - Função Co-seno da variação no tempo dos Impactos Hidrodinâmicos

### 1.3.7. Frequência de encontro

Um modelo real tem um número infinito de frequências naturais de vibração. No entanto, um modelo com base em elementos finitos tem um número de frequências de vibração equivalente ao número de graus de liberdade do modelo. Normalmente, apenas os primeiros modos de vibração merecem atenção para a maioria dos estudos. Estas frequências e modos de vibração dependem directamente da geometria, propriedades dos materiais e condições de fronteira [22].

Quando a lancha se encontra parada ( $U = 0$ ), a frequência à qual as ondas excitam a embarcação coincide com a frequência das ondas,  $\omega$ . No entanto, quando a lancha se desloca ( $U \neq 0$ ), a frequência à qual as ondas embatem na lancha é diferente da frequência de onda. A esta nova frequência de excitação dá-se o nome de frequência de encontro,  $\omega_e$ .

A frequência de encontro pode ser obtida através da equação [1.3.40], onde  $U$  define a velocidade da lancha (m/s),  $g$  é a aceleração da gravidade ( $9,81 \text{ m/s}^2$ ),  $\omega$  a

frequência das ondas (rad/s) e  $\theta$  o ângulo de encontro das ondas com a lancha (rad), (figura 1.3-16) [23].

$$\omega_e = \omega - \frac{\omega^2}{g} \cdot U \cdot \cos \theta \quad [1.3.40]$$

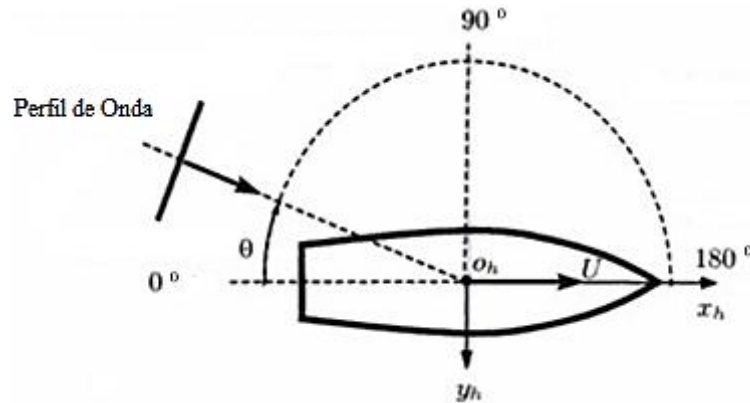


Figura 1.3-16 - Ângulo de Encontro

Considerando a frequência de onda  $\omega = 1,142$  rad/s, uma variação da velocidade de navegação da lancha entre 1 e 15 m/s (0,51 e 29,18 nós) e uma variação do ângulo de encontro ( $\theta$ ) entre 0 rad e  $\pi$  rad ( $0^\circ$  e  $180^\circ$ ) obtiveram-se os valores da tabela do anexo 2, através da equação [1.3.40]. A tabela 1.3-3 mostra um excerto da tabela do anexo 2, onde é possível ver que os valores de frequência de encontro estão compreendidos entre um mínimo de 0 rad/s e um máximo de 3,136 rad/s. Das soluções possíveis, foram convertidas em 0 (zero) as soluções cujo resultado era inferior a 0 (zero), uma vez que embora a solução esteja correcta do ponto de vista matemático, do ponto de vista de engenharia significa que em vez de a lancha encontrar a onda, é a onda que encontra a lancha, e por isso, estes valores, não tem relevância para o estudo. Ao converter as unidades das soluções em Hz, obteve-se uma frequência de encontro máxima de 0,50 Hz, para um ângulo de encontro de, aproximadamente  $\pi$  rad ( $180^\circ$ ) e uma velocidade cruzeiro de 15 m/s (29,18 nós). Do mesmo modo, determinou-se que a frequência de vibração mínima é de 0 (zero) Hz, para uma serie de combinações dos valores de velocidade e ângulo de encontro, como é exemplo:  $U = 15$  m/s e  $\theta = 0$  rad ( $0^\circ$ ).

Tabela 1.3-3 - Frequências de Encontro

		Velocidade da Lancha (nós)						
		1,94	3,89	5,83	...	25,27	27,21	29,16
Ângulo de Encontro (°)	0	1,009	0,876	0,743	...	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>
	1	1,009	0,876	0,743	...	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>
	2	1,009	0,876	0,743	...	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>
	3	1,009	0,876	0,744	...	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>
	...	...	...	...	...	...	...	...
	177	1,010	0,878	0,745	...	2,868	3,001	3,133
	178	1,009	0,877	0,744	...	2,869	3,002	3,135
	179	1,009	0,876	0,743	...	2,870	3,003	<b>3,136</b>
	180	1,009	0,876	0,743	...	2,870	3,003	<b>3,136</b>
	Máximo	1,275	1,408	1,541	...	2,870	3,003	<b>3,136</b>
	Mínimo	1,009	0,876	0,744	...	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>	<b>0,000</b>

É possível concluir que as frequências de excitação induzidas pela ondulação do mar, onde a lancha opera, na própria lancha são tanto maiores quanto maior a velocidade de cruzeiro da embarcação, para velocidades entre os 0 e os 30 nós e ângulos de encontro entre 0 e 180°. Também, uma maior velocidade cruzeiro permite obter um intervalo de frequências de encontro maior, em função do ângulo de encontro, do que uma velocidade mais baixa.

Uma vez que a velocidade máxima da embarcação em estudo é de aproximadamente 25 nós (12,85 m/s), o valor máximo da frequência de vibração, determinado anteriormente, é, teoricamente, inatingível. No caso em estudo, o valor de frequência de vibração máximo sofrido pela lancha é de, aproximadamente, 0,46 Hz. Ainda assim, admitiu-se a hipótese de embarcações semelhantes poderem atingir velocidades da ordem dos 30 nós, e por isso optou-se por determinar o valor das frequências de vibração para esses casos.





## 2. VALIDAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO

### 2.1. Introdução

Com base na secção 1.3 deste documento, realizaram-se vários estudos a placas rectangulares simples, utilizando a solução de Navier, e foi feita a comparação dos resultados dos deslocamentos obtidos por via analítica com os resultados dos deslocamentos obtidos através do MEF, tendo sido utilizados os programas *Simulation*<sup>®</sup> e ANSYS<sup>®</sup> com elementos de tipo bidimensional (figura 1.3-7).

Optou-se por apresentar apenas a comparação entre os deslocamentos obtidos pelos dois métodos: analítico e numérico. Não obstante, foram determinados os valores de tensão de *von Mises* pelos dois programas de simulação numérica, tendo sido verificada concordância entre os valores de tensão.

O Método de Navier foi aplicado a placas rectangulares/quadradas, apoiadas nas quatro arestas, sujeitas a diferentes carregamentos. Os resultados analíticos das deformadas foram determinados utilizando os primeiros seis termos das Séries de Fourier, em função da rápida convergência das soluções obtidas com baixo número de termos.

Para além do referido, foram comparadas as deformadas de uma placa reforçada, sujeita a condições de fronteira e carregamentos específicos, obtidas pelos programas *Simulation*<sup>®</sup> e ANSYS<sup>®</sup>.

A determinação das frequências de vibração de placas também foi objecto de estudo, tendo sido feita a comparação das frequências de vibração, obtidas por via analítica e através do MEF, de uma placa simples e de uma placa reforçada. Na análise numérica utilizaram-se os programas *Simulation*<sup>®</sup> e ANSYS<sup>®</sup>.

Por último, os resultados obtidos analiticamente e através do programa ANSYS<sup>®</sup>, da resposta de uma placa simples sujeita a um carregamento transiente (variável no tempo) são comparados, finalizando a validação dos métodos numéricos utilizados.

Seguidamente, serão demonstradas as validações anteriormente descritas em pormenor.

## 2.2. Placa sujeita a carregamento uniforme

É indicado no subcapítulo 1.3 deste documento, que a solução de Navier para uma placa rectangular, sujeita aos carregamentos ilustrados na figura 2.2-1, é dada pela equação [1.3.21].

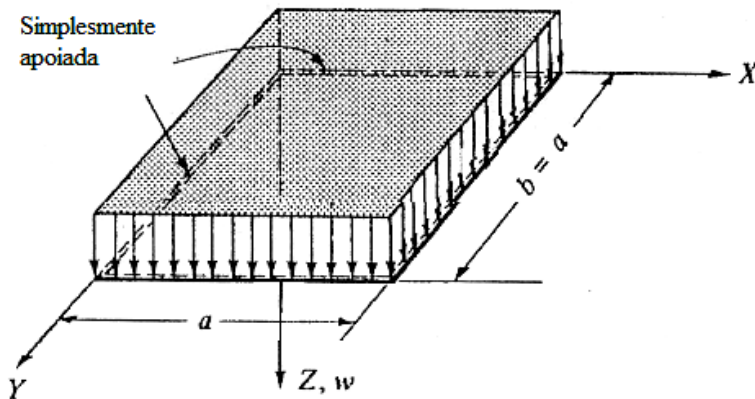


Figura 2.2-1 - Placa rectangular/quadrangular simplesmente apoiada nas 4 arestas

As características da placa estudada são as seguintes:

Material: Liga alumínio 5083-H111

Quatro arestas simplesmente apoiadas

Dimensão das arestas ( $a=b$ ): 1 m

Espessura da placa ( $t$ ): 0,005 m

Módulo de Young ( $E$ ):  $71 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>

Coefficiente de Poisson ( $\nu$ ): 0,33

Carregamento: pressão constante ( $p_0$ ): 1000 N/m<sup>2</sup>

Segundo [12], para o carregamento ilustrado na figura 2.1-1, a solução de  $P_{mn}$  é dada pela equação [2.2.1].

$$P_{mn} = \frac{16p_0}{mn\pi^2} \quad (m = n = 1, 3, 5, \dots) \quad [2.2.1]$$

Assim, a solução de Navier para a deformada da placa é dada pela equação [2.2.2].

$$w(x, y) = \frac{16p_0}{D\pi^6} \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^6 \frac{1}{\left[\left(\frac{m^2}{a^2}\right) + \left(\frac{n^2}{b^2}\right)\right]^2} \cdot \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (m = n = 1, 3, 5, \dots) \quad [2.2.2]$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{71 \times 10^9 \times 0,005^3}{12(1-0,33^2)} = 829,966 \text{ N.m} \quad [2.2.3]$$

Escolhendo-se o ponto de coordenadas  $x = y = 0,5 \text{ m}$  (centro geométrico), conclui-se que a deformada máxima da placa é dada por [2.2.4] e tem o valor de  $4,909 \times 10^{-3} \text{ m}$ .

$$w(x, y) = \frac{16 \times 1000}{829,966 \times \pi^6} \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^6 \frac{1}{\left[\left(\frac{m^2}{1^2}\right) + \left(\frac{n^2}{1^2}\right)\right]^2} \cdot \text{sen}\left(\frac{m\pi 0,5}{1}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi 0,5}{1}\right) = 0,004909 \text{ m} \quad [2.2.4]$$

Utilizando o programa ANSYS®, modelou-se uma placa, com as características da placa estudada por via analítica e utilizaram-se elementos finitos do tipo SHELL181 para fazer a discretização da estrutura. O valor da deformada máxima obtida,  $W_{max}$ , no centro da placa, por este método foi de  $4,9 \times 10^{-3} \text{ m}$  como se mostra na figura 2.2-2, valor que está de acordo com o obtido por via analítica. Embora não seja apresentada a distribuição de tensões na placa, o valor de tensão de *von Mises* neste caso é 12,9 MPa.

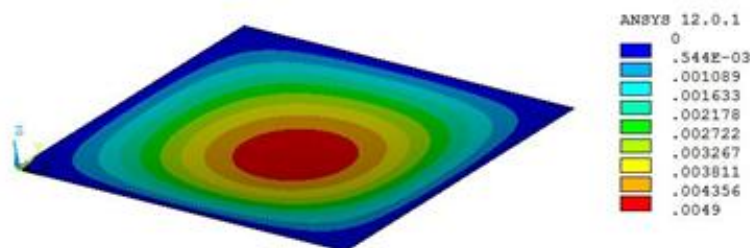
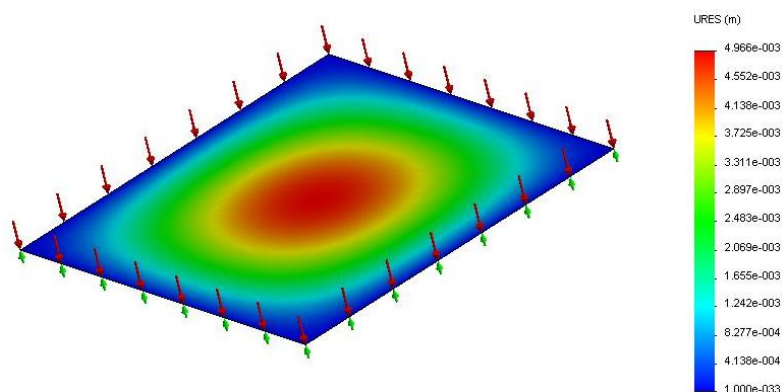


Figura 2.2-2 - Resultado do deslocamento [m] da Placa Simples refª 1 em ANSYS® sujeita a Carregamento Uniforme

Analogamente, repetiu-se o estudo descrito anteriormente utilizando o programa *Simulation*®. A deformada máxima,  $W_{max}$ , obtida, no centro da placa, através deste programa foi de  $4,966 \times 10^{-3} \text{ m}$ , como se mostra na figura 2.2-3. A tensão de *von Mises* verificada neste caso é 12,5 MPa.



**Figura 2.2-3 - Resultado do deslocamento [m] da Placa Simples ref<sup>a</sup> 1 em *Simulation*<sup>®</sup> sujeita a Carregamento Uniforme**

Na tabela 2.2-1 encontra-se o resumo dos três deslocamentos obtidos anteriormente e conclui-se que existe uma boa concordância entre os valores das deformadas obtidas por via analítica e computacional, sendo a maior diferença entre eles muito próxima de 1 %. Também as tensões entre os dois métodos numéricos apresentam uma grande proximidade entre valores.

**Tabela 2.2-1 - Resumo dos deslocamentos no centro da Placa Simples**

Método Analítico (m)	ANSYS <sup>®</sup> (m)	<i>Simulation</i> <sup>®</sup> (m)	Diferença máx. (%)
$4,909 \times 10^{-3}$	$4,9 \times 10^{-3}$	$4,966 \times 10^{-3}$	1,15

### 2.3. Placa sujeita a carregamento hidrostático

É indicado no subcapítulo 1.3 deste documento, que a solução de Navier para uma placa rectangular com as características abaixo indicadas e sujeita ao carregamento ilustrado na figura 2.3-1, é dada pela equação [1.3.21].

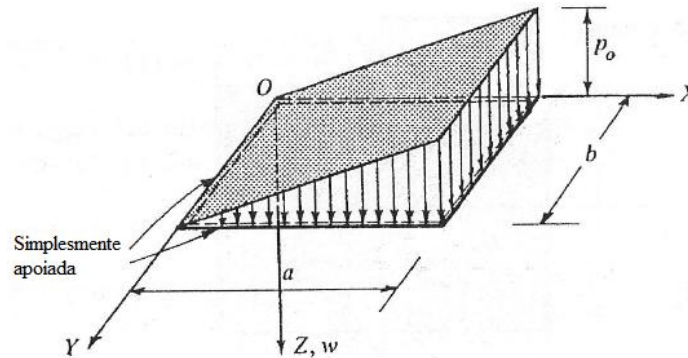


Figura 2.3-1 - Placa rectangular/quadrangular simplesmente apoiada nas 4 arestas

As características do material, geométricas e de carregamento da placa sujeita a carregamento hidrostático semelhante ao que poderá existir nas anteparas e casco dos compartimentos estanques quando sujeitos a alagamento são as seguintes:

Material: Liga alumínio 5083-H111

Quatro arestas simplesmente apoiadas

Dimensão das arestas ( $a = b$ ): 1 m

Espessura da placa ( $t$ ): 0,005 m

Módulo de Young ( $E$ ):  $71 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

Coefficiente de Poisson ( $\nu$ ): 0,33

Massa volúmica do fluido ( $\rho$ ):  $1025 \text{ kg/m}^3$

Carregamento: pressão hidrostática ( $p_0 = \rho \times g \times h = 1025 \times 9,81 \times 1 = 10055,25 \text{ Pa}$ )

Segundo [12], para o carregamento ilustrado na figura 2.2-4, a solução de  $P_{mn}$  é dado pela equação [2.3.5].

$$P_{mn} = \frac{-8p_0 \cos(m\pi)}{mn\pi^2} \quad (m = n = 1, 2, 3, \dots) \quad [2.3.5]$$

Assim, a solução de Navier para este caso é dado pela equação [2.3.6].

$$w(x, y) = \frac{8p_0}{D\pi^6} \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^6 \frac{(-1)^{m+1}}{\left[\left(\frac{m^2}{a^2}\right) + \left(\frac{n^2}{b^2}\right)\right]^2} \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (m = n = 1, 2, 3, \dots) \quad [2.3.6]$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{71 \times 10^9 \times 0,005^3}{12(1-0,33^2)} = 829,966 \text{ N.m} \quad [2.3.7]$$

Admitindo o ponto de coordenadas  $x = y = 0,5 \text{ m}$  (centro geométrico) conclui-se que a deformada é dada por [2.3.8] e tem o valor de  $2,469 \times 10^{-2} \text{ m}$ .

$$w(x, y) = \frac{8 \times 10055,25}{829,966 \times \pi^6} \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^6 \frac{(-1)^{m+1}}{\left[\left(\frac{m^2}{1^2}\right) + \left(\frac{n^2}{1^2}\right)\right]^2} \cdot \text{sen}\left(\frac{m\pi 0,5}{1}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi 0,5}{1}\right) = 0,02469 \text{ m} \quad [2.3.8]$$

Utilizando o programa ANSYS®, modelou-se a placa utilizando elementos finitos do tipo SHELL181. O resultado da deformada,  $W_{max}$ , obtida, no centro da placa, por este programa é de  $2,471 \times 10^{-2} \text{ m}$ , como mostra a figura 2.3-2. A tensão de *von Mises* máxima induzida na placa pelo carregamento hidrostático, embora não seja apresentada a distribuição de tensões na mesma, é de 80,9 MPa

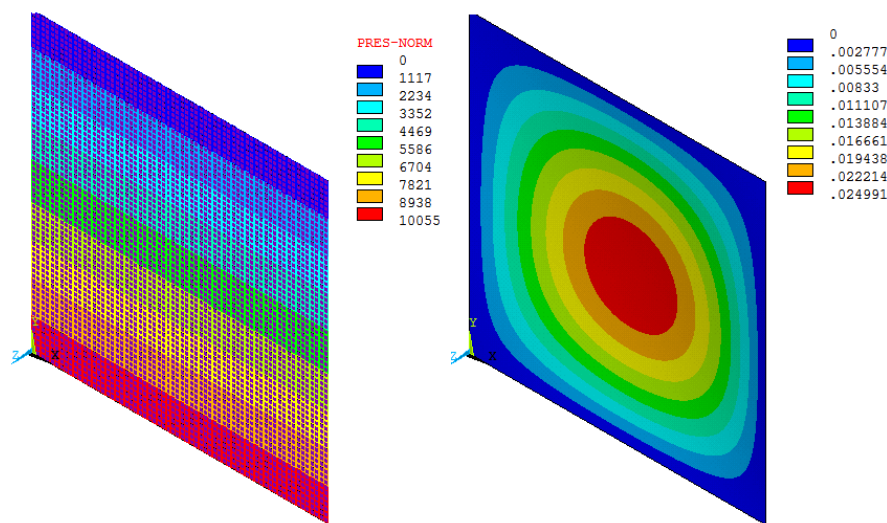


Figura 2.3-2 - Resultado do deslocamento [m] da Placa Simples refª 2 (direita) em ANSYS® sujeita a Carregamento Hidrostático [Pa] (esquerda)

Analogamente, utilizando o programa *Simulation*®, foi modelada uma placa com as características da placa referida anteriormente e sujeita a um carregamento idêntico ao anterior. A deformada máxima,  $W_{max}$ , obtida, no centro da placa, através do programa *Simulation*® é de  $2,472 \times 10^{-2} \text{ m}$ , como mostra a figura 2.3-3. Verificou-se que a tensão de *von Mises* máxima para este caso foi de 80 MPa.

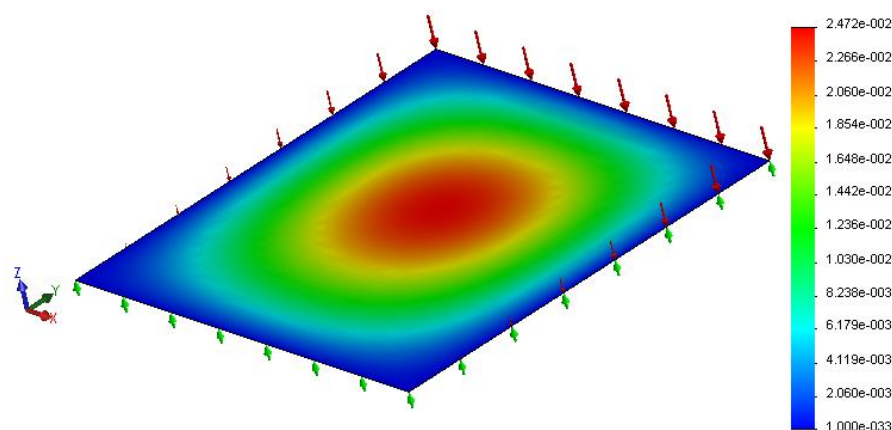


Figura 2.3-3 - Resultado do deslocamento [m] da Placa Simples refª 2 em *Simulation*® sujeita a Carregamento Hidrostático

Na Tabela 2.3-1 observa-se o resumo dos três valores de deslocamentos obtidos anteriormente e conclui-se existir uma boa concordância entre os valores das deformadas obtidas por via analítica e computacional, sendo que maior a diferença entre eles é inferior a 1 %. Os valores de tensão de *von Mises* obtidos pelos dois métodos numéricos também apresentam uma grande aproximação entre si.

Tabela 2.3-1 - Resumo dos Deslocamentos no centro da Placa Simples

Método Analítico (m)	ANSYS® (m)	<i>Simulation</i> ® (m)	Diferença max. (%)
$2,469 \times 10^{-2}$	$2,471 \times 10^{-2}$	$2,472 \times 10^{-2}$	0,12

## 2.4. Placa reforçada sujeita a carregamento uniforme

Com o intuito de simular placas semelhantes às existentes na lancha, foi modelada uma placa rectangular ( $a \times b$ ), reforçada no seu comprimento (direcção  $a$ ), por três reforços em I e, na sua largura (direcção  $b$ ), por dois reforços semelhantes (figura. 2.4-1). As dimensões e a massa dos perfis de reforço utilizados na simulação encontram-se na figura 2.4-2. Foram determinadas as deformadas da placa, tanto em ANSYS® como em Simulation®, a fim de se compararem os resultados obtidos pelos dois programas numéricos. Nesta validação não se utilizou o método analítico, uma vez que a análise de placas reforçadas é feito por aproximação a placas ortotrópicas com coeficientes de rigidez, não tendo sido, por isso, possível determinar as tensões e deformações pelo método numérico.

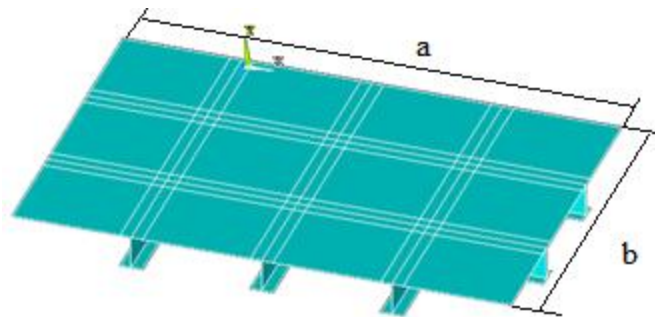


Figura 2.4-1 - Placa Reforçada Modelada

As características da placa reforçada que foi simulada podem ser resumidas.

Material: Liga alumínio 5083-H111

Encastramento das arestas da placa e das extremidades dos perfis de reforço

Dimensão das arestas ( $a = 1500$  mm;  $b = 1000$  mm)

Espessura placa ( $t$ ): 3mm

Módulo de Young ( $E$ ):  $71 \times 10^3$  N/mm<sup>2</sup>

Coefficiente de Poisson ( $\nu$ ): 0,33

Carregamento: pressão constante ( $p_0$ ): 0,001 N/mm<sup>2</sup>

Os reforços são considerados do mesmo material da placa e as suas características geométricas são as apresentadas na figura 2.1-2 [24].





Figura 2.4-2 - Dimensões e massa das vigas de reforço

Através do programa ANSYS® e utilizando elementos do tipo SHELL181, obtiveram-se os valores para as deformadas da placa reforçada (figura 2.4-3).

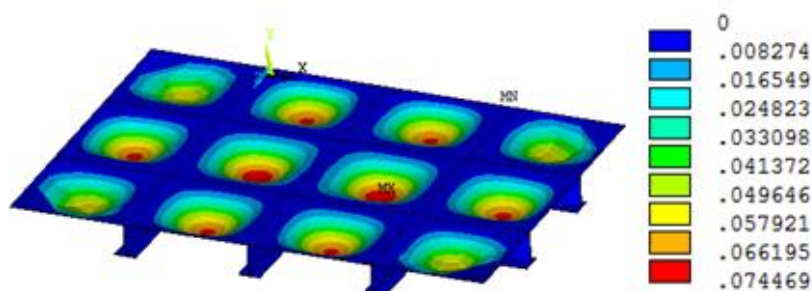
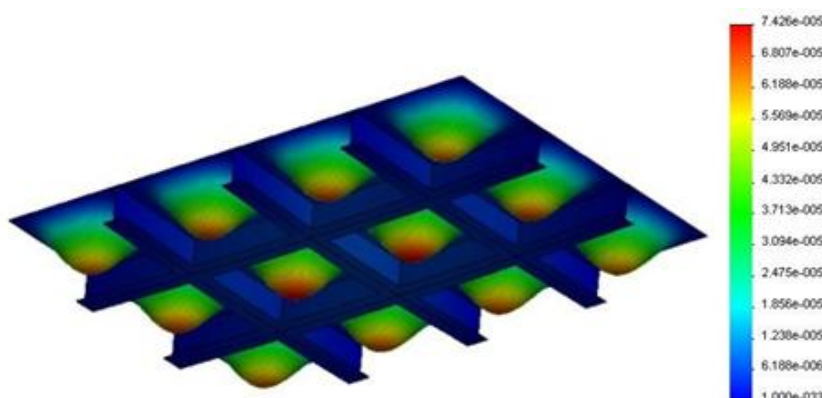


Figura 2.4-3 - Deslocamento na Placa Reforçada refª3 em ANSYS® sujeita a Carregamento Uniforme (mm)

A deformação máxima foi obtida na placa e teve o valor de  $7,447 \times 10^{-5}$  m, coincidindo com a zona entre os reforços. Determinou-se que as tensões de *von Mises* máximas induzidas por este carregamento rondam os 3,1 MPa nos bordos da placa embora não seja apresentada a distribuição de tensões na placa.

Através do programa *Simulation*® foi possível obter as deformadas e tensões de *von Mises* para uma placa com as características da placa referida, sendo que a deformação máxima, localizada na superfície entre os reforços, teve o valor de  $7,426 \times 10^{-5}$  m, como mostra a figura 2.4-4, e a tensão máxima teve o valor de 3 MPa, embora não seja apresentada a distribuição de tensões na placa.

Figura 2.4-4 - Deslocamentos [m] na Placa Reforçada refª 3 em *Simulation*® sujeita a Carregamento Uniforme (m)

Nesta situação observa-se que o valor da deformada máxima para ambos os casos é, em média,  $7.4365 \times 10^{-5}$  m e o valor de tensão de *von Mises* máxima é 3,1 MPa e 3 MPa, no caso do ANSYS® e *Simulation*®, respectivamente. A diferença entre os valores de deslocamento calculados por via numérica é, portanto, de 0.28% o que revela uma grande paridade entre ambos os programas, para o caso estudado.

Foram feitas várias tentativas de validação do método numérico neste caso específico por comparação com o método analítico, utilizando a teoria das placas ortotrópicas. Por não se conseguir correlacionar os coeficientes de placas ortotrópicas e os módulos de Young admitidos na análise numérica, e por conseguinte, os resultados de ambos as análises não serem passivos de se comparar, optou-se por omitir essa validação no capítulo, ficando-se apenas com os resultados, e a comparação entre eles, dos dois métodos numéricos.

## 2.5. Frequências de vibração

No subcapítulo 1.3 deste documento, a equação [1.3.32] refere-se ao cálculo das frequências de vibração de placas rectangulares ( $a \times b$ ). Admitindo uma placa, com as características indicadas:

Material: Liga de alumínio 5083-H111

Arestas da placa simplesmente apoiadas

Dimensões das arestas ( $a = 1$  m;  $b = 1$  m)

Espessura da placa ( $t$ ): 0,003 m

Módulo de Young ( $E$ ):  $71 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>

Coefficiente de Poisson ( $\nu$ ): 0,33

Massa volúmica ( $\rho$ ): 2 680 kg/m<sup>3</sup>

$$\bar{m} = \rho \times t = 2680 \times 0.003 = 8,04 \text{ kg/m}^2 \quad [2.5.1]$$

$$D = \frac{E \times t^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{71 \times 10^9 \times 0.003^3}{12(1-0.33^2)} = 179,27 \text{ N.m} \quad [2.5.2]$$

Substituindo  $D$  e  $\bar{m}$  na equação [1.3.32], anteriormente descrita, e fazendo variar  $m$  e  $n$  (tabela 2.5-1) obtiveram-se as primeiras cinco frequências de vibração da placa, como mostra a tabela 2.5-1.

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left[ \left( \frac{m}{1} \right)^2 + \left( \frac{n}{1} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{179,27}{8,04}} \quad (m = n = 1, 2, 3, \dots) \quad [2.5.3]$$

**Tabela 2.5-1 - Resultados das frequências de vibração da Placa obtidas por via analítica**

	m	n	Frequência, Hz
1º modo	1	1	14,7851
2º modo	1	2	36,9628
3º modo	2	1	36,9628
4º modo	2	2	59,1406
5º modo	3	1	73,9257

Tendo como base a placa indicada, através do programa ANSYS® obtiveram-se os cinco primeiros modos e frequências de vibração. Os resultados dos modos de vibração são mostrados na figura 2.5-1 e as frequências associadas podem ser vistas na tabela 2.5-2.

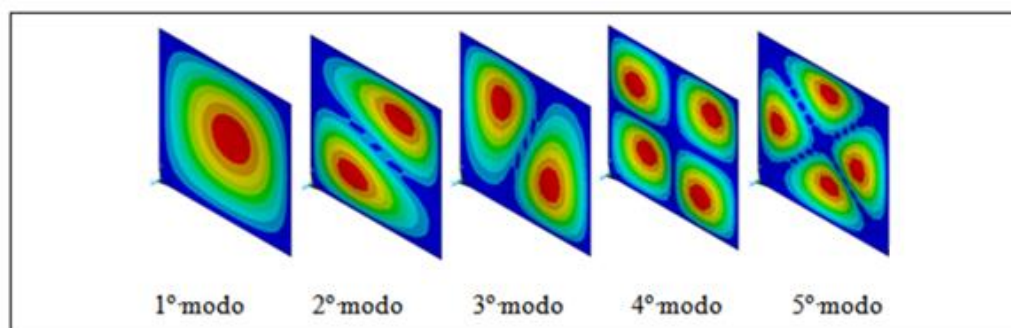


Figura 2.5-1 - Modos de Vibração da placa obtidos em ANSYS®

Tabela 2.5-2 - Frequências da placa obtidas em *Simulation*®

	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo
Frequências (Hz)	14,7097	36,7929	36,7929	58,844	73,6154

Analogamente, através do programa *Simulation*®, foi possível obter os seguintes modos de vibração (figura 2.5-2) e frequências associadas (tabela 2.5-3).

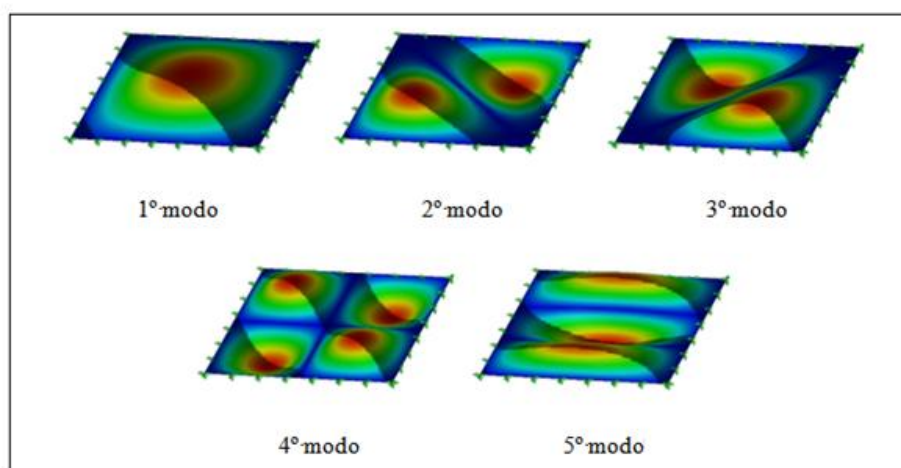


Figura 2.5-2 - Modos de Vibração da Placa obtidos em *Simulation*®

Tabela 2.5-3 - Frequências da Placa refª 4 obtidas em ANSYS®

	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo
Frequências (Hz)	14,7290	36,8210	36,8210	58,9070	73,6390

Como se observa na tabela 2.5-4, os valores das cinco primeiras frequências são, aproximadamente, os mesmos nos três métodos utilizados. Assim, a diferença máxima entre os valores obtidos e o valor médio, não ultrapassa os 0,51 %.

**Tabela 2.5-4 - Resumo dos resultados das Frequências de Vibração da Placa**

	1° modo	2° modo	3° modo	4° modo	5° modo
Analítico (Hz)	14,7851	36,9628	36,9628	59,1406	73,9257
ANSYS® (Hz)	14,7290	36,8210	36,8210	58,9070	73,6390
<i>Simulation</i> ® (Hz)	14,7097	36,7929	36,7929	58,8440	73,6154
Diferença max. (%)	0,51	0,46	0,46	0,50	0,42

## 2.6. Frequências de vibração de uma placa reforçada

Com o auxílio dos programas ANSYS® e *Simulation*® foi possível obter os valores dos quatro primeiros modos e frequências de vibração da placa reforçada, anteriormente apresentada.

A figura 2.6-1 mostra os resultados dos quatro primeiros modos de vibração e a tabela 2.6-1 indica as frequências associadas a cada modo de vibração obtidos pelo programa computacional ANSYS®.

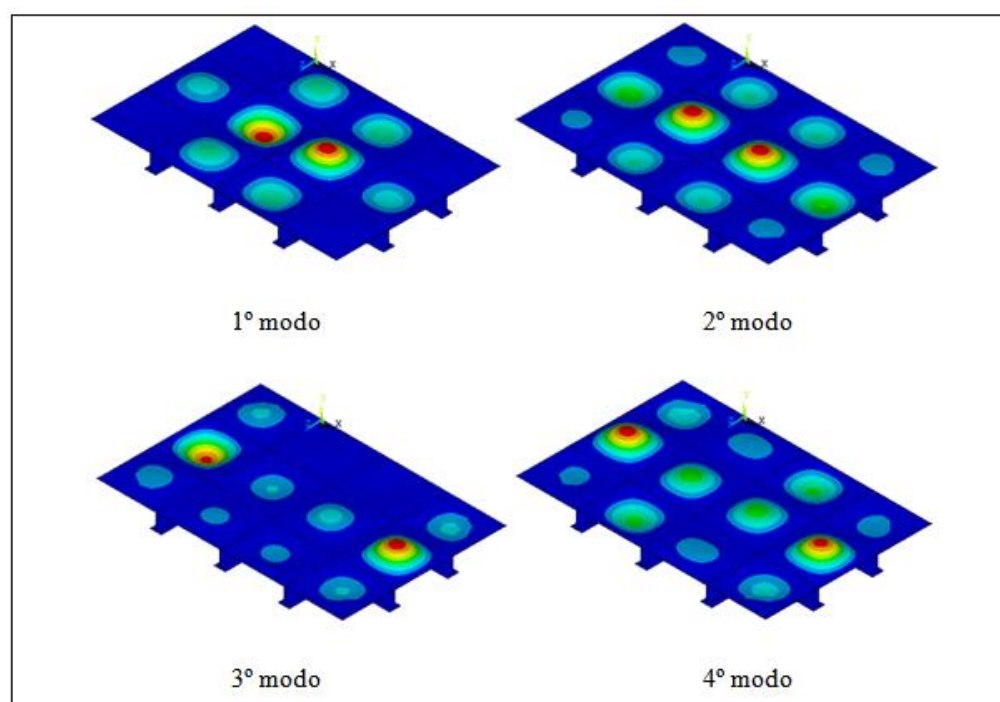


Figura 2.6-1 - Modos de Vibração da Placa Reforçada em ANSYS®

Tabela 2.6-1 - Frequências de Vibração da Placa Reforçada em ANSYS®

	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo
Frequências (Hz)	236,53	244,01	254,65	255,91

Os resultados dos modos de vibração da placa reforçada, obtidos através do programa *Simulation*®, são mostrados na figura 2.6-2, enquanto as frequências associadas a esses modos se encontram na tabela 2.6-2.

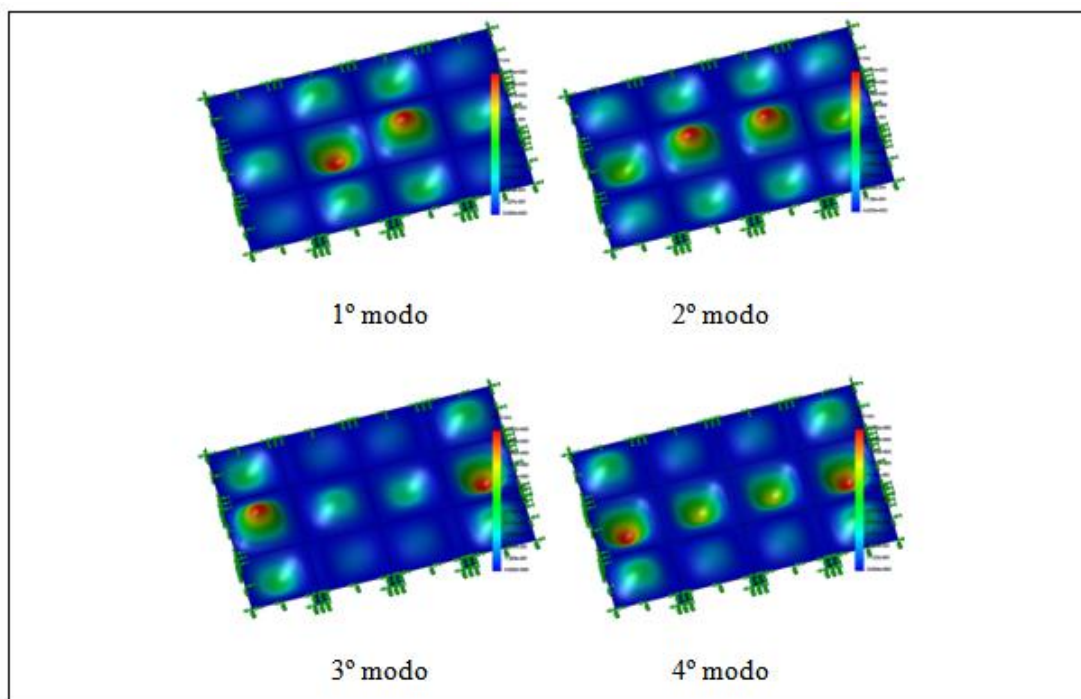


Figura 2.6-2 - Modos de Vibração da Placa Reforçada em *Simulation*®

Tabela 2.6-2 - Frequências de Vibração da Placa Reforçada em *Simulation*®

	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo
Frequências (Hz)	239,75	246,95	256,52	258,10

Como se observa na tabela 2.6-3, os valores das quatro primeiras frequências são, aproximadamente, os mesmos nos dois programas utilizados sendo a diferença máxima entre os valores de 1,34%, na primeira frequência.

Tabela 2.6-3 - Resumo das Frequências em Hz da Placa Reforçada

	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo
ANSYS®	236,53	244,01	254,65	255,91
<i>Simulation</i> ®	239,75	246,95	256,52	258,10
Diferença max. (%)	1,34	1,19	0,72	0,84

## 2.7. Resposta dinâmica de uma placa sujeita a carregamento transiente

De acordo com [12], considerou-se uma placa rectangular simples encastrada nas arestas ( $a \times b$ ), como mostra a figura 2.7-1 sujeita ao carregamento variável no tempo ilustrado na figura 2.7-2.

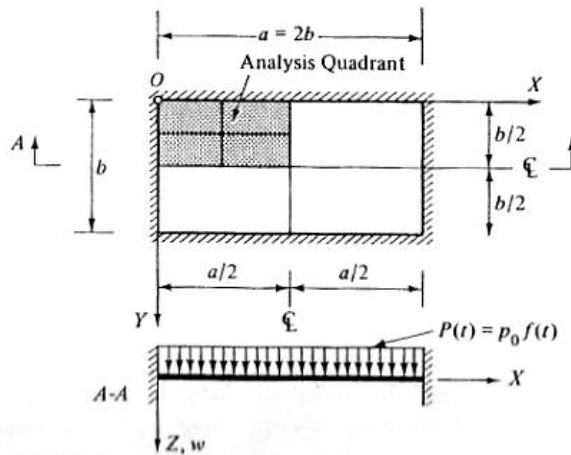


Figura 2.7-1 - Placa sujeita a carregamento Variável no Tempo

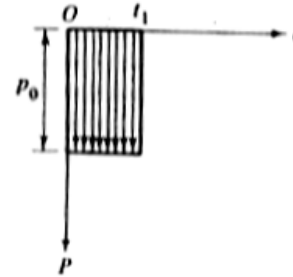


Figura 2.7-2 - Carregamento Variável no Tempo

Admitiu-se que  $\nu = 0,33$ , que a placa está inicialmente em repouso  $[(w)_{t=0} = 0]$   $(\dot{w})_{t=0} = 0]$  e não se considerou a existência de qualquer amortecimento. A resposta dinâmica induzida por uma carga transiente, variável no tempo,  $P(t)$  (figura 2.7-2), é expressa pelo integral de Duhamel (equação [2.7.1]) [10].

$$x = X_e \left[ \omega \int_0^t f(t^*) \sin \omega(t - t^*) dt^* \right] = X_e (DLF) \quad [2.7.1]$$

em que o factor de carregamento dinâmico, (DLF – *Dynamic Load Factor*), é definido pela equação [2.7.2].

$$DLF = \omega \int_0^t f(t^*) \sin \omega(t - t^*) dt^* \quad [2.7.2]$$

Assim, é válida a igualdade mostrada na equação [2.7.3], onde  $W(x,y)$  representa o deslocamento devido a uma carga estática pontual ( $p_0$ ).

$$w(x,y,z) = W(x,y) \times (DLF) \quad [2.7.3]$$

Admitindo, de [10], que:

$$\begin{cases} (DLF)_1 = 1 - \cos \omega t \\ (DLF)_2 = \cos \omega(t - t_1) - \cos \omega t \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} 0 \leq t \leq t_1 \\ t \geq t_1 \end{cases}$$



O primeiro modo de vibração ocorre à frequência mais baixa, sendo esta determinada a partir da equação [2.7.4] [10].

$$\omega = 4 \sqrt{2 \left( \frac{1}{a^4} + \frac{2^8}{3^2 + 7^2} \times \frac{1}{a^2 b^2} + \frac{1}{b^4} \right)} \times \sqrt{\frac{D}{m}} \approx \frac{26.5}{b^2} \sqrt{\frac{D}{m}} \quad [2.7.4]$$

Para determinar as deformadas estáticas,  $W(x,y)$ , subdivide-se um quarto da placa em quatro elementos finitos (figura 2.7-3), sendo que os números 1, 3, 4 e 7 representam os deslocamentos dos nós e os números 2, 5, 6 e 8 representam as rotações dos mesmos.

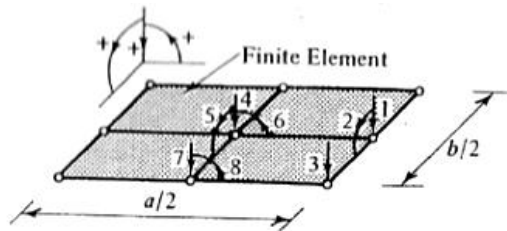


Figura 2.7-3 - Quarto da Placa Dividida em Quatro Elementos Finitos

$$\rho_{ij(b)} = \frac{Eh}{180(1-\nu^2)} \times \begin{bmatrix} 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 \\ F & & & & & & & & & & & \\ H & V & & & & & & & & & & \\ -G & -Z & R & & & & & & & & & \\ L & -N & M & F & & & & & & & & \\ N & X & 0 & -H & V & & & & & & & \\ M & 0 & T & -G & Z & R & & & & & & \\ \bar{O} & -Q & -P & I & -K & J & F & & & & & \\ Q & Y & 0 & -K & W & 0 & -H & V & & & & \\ P & 0 & U & -J & 0 & S & G & -Z & R & & & \\ I & K & J & \bar{O} & Q & -P & L & N & -M & F & & \\ K & W & 0 & -Q & Y & 0 & -N & X & 0 & H & V & \\ -J & 0 & S & P & 0 & U & -M & 0 & T & G & Z & R \end{bmatrix}$$

*Symmetric*

onde

$$\begin{aligned} \beta &= a/b \\ F &= (42 - 12\nu + 60\beta^2 + 60\beta^{-2})h^2/\bar{a}\bar{b} \\ G &= (30\beta + 3\beta^{-1} + 12\nu\beta^{-1})h^2/\bar{b} \\ H &= (30\beta^{-1} + 3\beta + 12\nu\beta)h^2/\bar{a} \\ I &= (-42 + 12\nu - 60\beta^2 + 30\beta^{-2})h^2/\bar{a}\bar{b} \\ J &= [30\beta + 3(1-\nu)\beta^{-1}]h^2/\bar{b} \\ K &= (15\beta^{-1} - 3\beta - 12\nu\beta)h^2/\bar{a} \\ L &= (-42 + 12\nu - 60\beta^{-2} + 30\beta^2)h^2/\bar{a}\bar{b} \\ M &= (-15\beta + 3\beta^{-1} + 12\nu\beta^{-1})h^2/\bar{b} \\ N &= [30\beta^{-1} + 3(1-\nu)\beta]h^2/\bar{a} \\ \bar{O} &= (42 - 12\nu - 30\beta^2 - 30\beta^{-2})h^2/\bar{a}\bar{b} \\ P &= [-15\beta + 3(1-\nu)\beta^{-1}]h^2/\bar{b} \\ Q &= [15\beta^{-1} - 3(1-\nu)\beta]h^2/\bar{a} \\ R &= [20\beta + 4(1-\nu)\beta^{-1}]h^2 \\ S &= [10\beta - (1-\nu)\beta^{-1}]h^2 \\ T &= [10\beta - 4(1-\nu)\beta^{-1}]h^2 \\ U &= [5\beta + (1-\nu)\beta^{-1}]h^2 \\ V &= [20\beta^{-1} + 4(1-\nu)\beta]h^2 \\ W &= [10\beta^{-1} - 4(1-\nu)\beta]h^2 \\ X &= [10\beta^{-1} - (1-\nu)\beta]h^2 \\ Y &= [5\beta^{-1} + (1-\nu)\beta]h^2 \\ Z &= 15\nu h^2 \end{aligned}$$

Figura 2.7-4 - Matriz dos coeficientes de rigidez de elementos rectangulares,  $\rho_{ij(b)}$  [10]

Substituindo valores na matriz de rigidez de elementos rectangulares,  $\rho_{ij(b)}$ , dada na figura 2.7-4, obtém-se a matriz das equações dos deslocamentos estáticos, equação [2.7.6], em que  $W$  representa os deslocamentos e  $\theta$  as rotações dos elementos.

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ \theta_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ W_7 \\ \theta_8 \end{bmatrix} \times \frac{p_0 b^4}{256D} = \rho_{i,j(b)} \times \begin{bmatrix} 0.5000 \\ 0.0000 \\ 0.2500 \\ 1.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.5000 \\ 0.0000 \end{bmatrix} \times \frac{p_0 b^4}{256D} \quad [2.7.5]$$

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ \theta_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ W_7 \\ \theta_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.1648 & & & & & & & \\ -0.0000 & +0.5055 & & & & & & \\ -3.3077 & -0.7454 & +3.5824 & & & & & \\ +1.6264 & -0.0000 & -1.0879 & 14.329 & & & & \\ +0.2344 & -0.0000 & +0.0202 & -0.0000 & +0.3809 & & & \\ -0.0000 & +0.2271 & -0.3535 & -0.0000 & -0.0000 & +1.0109 & & \\ -1.0879 & -0.3535 & +0.8132 & -6.6154 & -0.0000 & -1.4908 & +7.1648 & \\ +0.0201 & -0.0000 & +0.1172 & -0.0000 & -0.0073 & -0.0000 & -0.0000 & +0.1905 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 0.5000 \\ 0.0000 \\ 0.2500 \\ 1.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.5000 \\ 0.0000 \end{bmatrix} \times \frac{p_0 b^4}{256D} \quad [2.7.6]$$

A solução destas equações acopladas, multiplicada pelo respectivo factor de carregamento dinâmico (DLF) mostra a solução aproximada da resposta dinâmica (equação [2.7.7]).

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5485 \\ 0,9708 \\ 0,4138 \\ 0,7204 \end{bmatrix} \times \frac{p_0 b^4}{256D} \times (DLF) \quad [2.7.7]$$

Em paralelo, a deformação máxima,  $W_{max}$ , da placa (resposta dinâmica) obtém-se através da equação [2.7.8] [10].

$$W_{max} = 0,00262 \frac{p_0 a^4}{D} \quad [2.7.8]$$

Admitindo que:

Dimensão da aresta:  $a = 1$  m,  $b = 0,5$  m

Espessura da placa ( $t$ ): 0,003 m

Módulo de Young ( $E$ ):  $70 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>

Coefficiente de Poisson ( $\nu$ ): 0,33

Carregamento ( $p_0$ ): 1 000 N/m<sup>2</sup>

$$D = \frac{E \times t^3}{12(1 - \nu^2)} = \frac{70 \times 10^9 \times 0,003^3}{12(1 - 0,33^2)} = 173,08 \text{ N.m}$$

Substituindo os valores calculados na equação [2.7.8] obtém-se o valor de deformação máxima,  $W_{max} = 9,461 \times 10^{-4}$  m.

Foi determinado em ANSYS® o deslocamento para o centro da placa acima referida, considerando-se  $E = 70 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ,  $t = 0,003$ , elementos do tipo SHELL181 e a função carregamento indicada na figura 2.7-2, com  $p_0 = 1\,000 \text{ N/m}^2$  e  $t_i = 0,5 \text{ s}$ . Obteve-se a curva deslocamento/tempo para o ponto central da placa (figura 2.7-5):

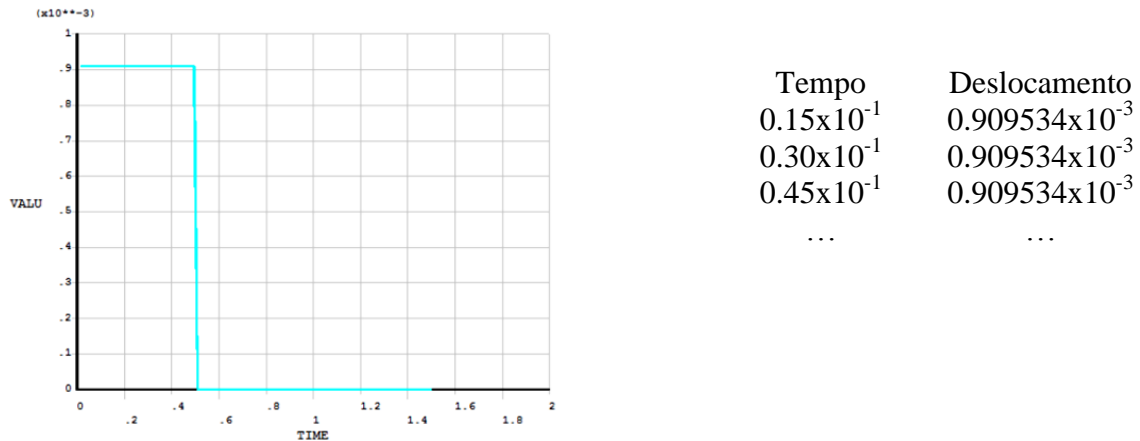


Figura 2.7-5 - Curva Tempo/Deslocamentos [m] para Placa Simples Obtido em ANSYS®

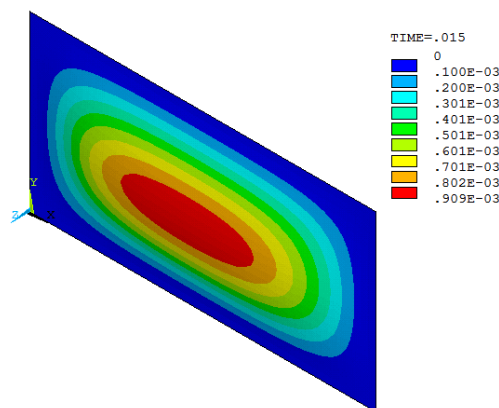


Figura 2.7-6 - Deslocamentos [m] na Placa Simples sujeita a Carregamento Transiente para  $t_i = 0,15 \text{ s}$  obtidos em ANSYS®

Através do gráfico Tempo/Deslocamento da figura 2.7-5 observa-se que o deslocamento máximo (figura 2.7-6) é  $W_{max} = 9,09534 \times 10^{-4} \text{ m}$ .

Observa-se uma boa concordância de resultados entre a deformada máxima obtida pelo método analítico (0,9461 mm) e a deformada máxima obtida em ANSYS® (0,909534 mm) sendo, a diferença entre eles, igual a 3,9%.

## 2.8. Resumo final dos resultados obtidos na validação do método experimental

No capítulo 2 deste documento, foi feita a validação do método numérico e verificou-se haver uma excelente concordância entre os resultados obtidos através do método analítico e dos programas *Simulation*<sup>®</sup> e ANSYS<sup>®</sup>. Abaixo, apresenta-se a tabela 2.8-1 que resume os resultados anteriormente alcançados. Por observação da coluna das diferenças percentuais entre os resultados, verifica-se que estas são todas abaixo dos 5%, sendo o valor mais elevado igual a 3,9%. Deste modo pode-se concluir que ambos os programas computacionais apresentaram resultados para os casos estudados, podendo ser utilizados para o estudo que se segue.

**Tabela 2.8-1 - Resumo da Validação dos Métodos Numéricos**

Estudo	Tipo de Placa	Programa Computacional	Deslocamentos					Diferença
Deformações	Placa Simples	Analítico - Carregamento Constante	0,004909 mm					1,15%
		ANSYS	0,004900 mm					
		Simulation	0,004966 mm					
		Analítico - Carregamento Hidrostático	0,024690 mm					0,12%
		ANSYS	0,024710 mm					
		Simulation	0,024720 mm					
	Placa Reforçada	ANSYS	0,074470 mm					0,28%
		Simulation	0,074260 mm					
Vibração Livre	Placa Simples		1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo	0,51%
		Analítico	14,785	36,963	36,963	59,141	73,926	
		ANSYS	14,729	36,821	36,821	58,907	73,639	
		Simulation	14,71	36,793	36,793	58,844	73,615	
	Placa Reforçada	ANSYS	236,53	244,01	254,65	255,91	-	1,34%
		Simulation	239,75	246,95	256,52	258,10	-	
Resposta Induzida por Carregamento Transiente	Placa Simples	Analítico	0,946100 mm					3,90%
		ANSYS	0,909534 mm					

### 3. MODELAÇÃO E ANÁLISE DA LANCHASALVA-VIDAS

#### 3.1. Modelação da lancha

Este estudo foi iniciado com a modelação da Lancha Salva-Vidas a partir de desenhos técnicos de zonas estruturais, nomeadamente, das anteparas (figura 3.1-1) e das balizas (figura 3.1-2).

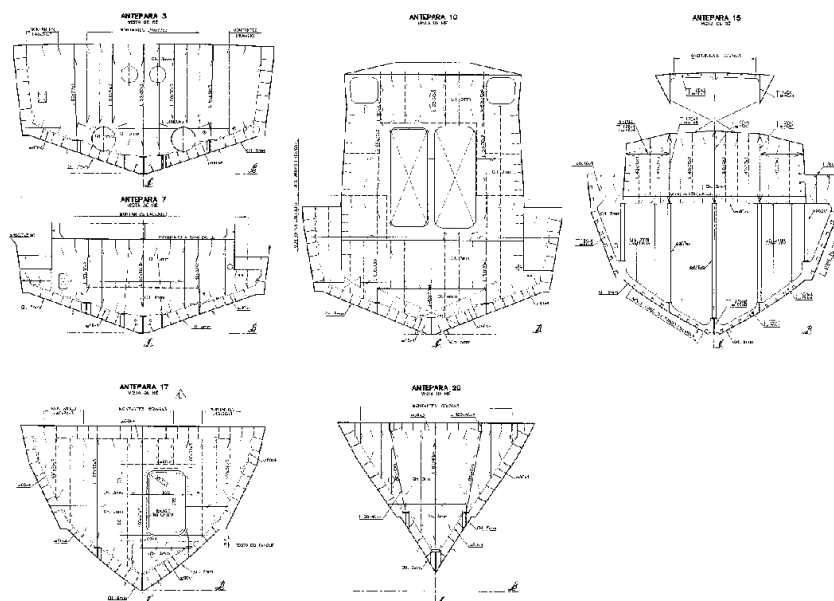


Figura 3.1-1 - Desenhos Técnicos das Anteparas da Lancha Salva-Vidas

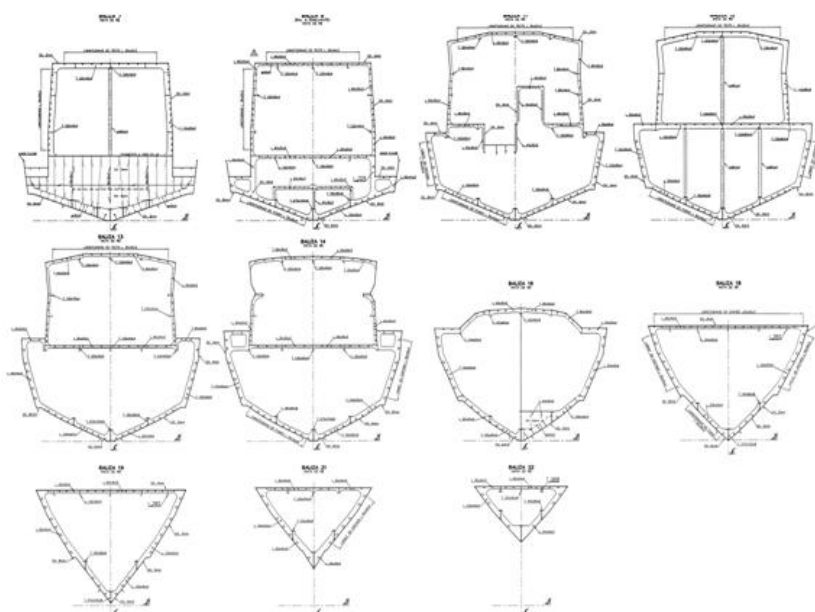


Figura 3.1-2 - Desenhos Técnicos das Balizas da Lancha Salva-Vidas

A modelação foi conseguida com o auxílio do programa de Desenho Assistido por Computador (*SOLIDWorks*<sup>®</sup>) e o resultado pode ser observado na figura 3.1-3.

Note-se que o modelo não corresponde exactamente à geometria da lancha real, principalmente na modelação da geometria dos detalhes estruturais de ligação dos reforços a chapas/reforços que lhes são perpendiculares (ex: ligação das longarinas a balizas e ligação dos reforços de anteparas com longarinas). Nestes casos, a geometria real possui esquadros com raios de curvatura de valor elevado, de modo a diminuir concentração de tensões locais, enquanto a modelação da lancha realizada possui esquadros com muito menor raio de curvatura, logo aumentando o valor de tensão local induzido localmente na estrutura da Unidade Naval sob estudo. Ainda assim, o modelo faz justiça à realidade, tendo sido realizado com máximo rigor que foi, na altura, possível.

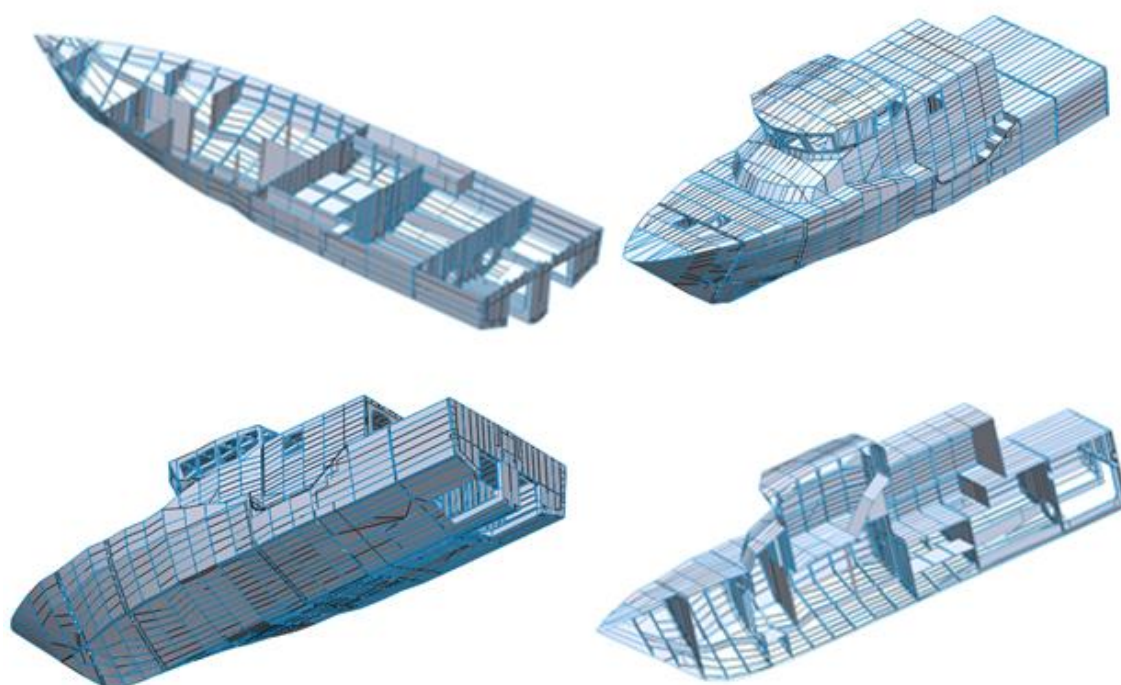


Figura 3.1-3 - Modelação da Lancha Salva-Vidas em *SOLIDWorks*®

Apesar de se terem introduzido algumas simplificações de geometria no modelo, devido à dimensão e à muito elevada complexidade da estrutura real, o suporte informático demonstrou ser insuficiente para realizar a análise integral da lancha. Por esse motivo, e porque a geometria da embarcação é aproximadamente simétrica, admitiu-se a existência de simetria longitudinal, eliminando-se metade da embarcação e extrapolando os resultados ao conjunto, com o intuito de não sobrecarregar a análise. Desta forma optou-se por analisar somente metade da lancha, aplicando condições de simetria, como se mostra na figura 3.1-4.

O modelo da lancha foi exportado para o programa ANSYS®, para ser possível a execução das análises pelo Método dos Elementos Finitos (MEF).

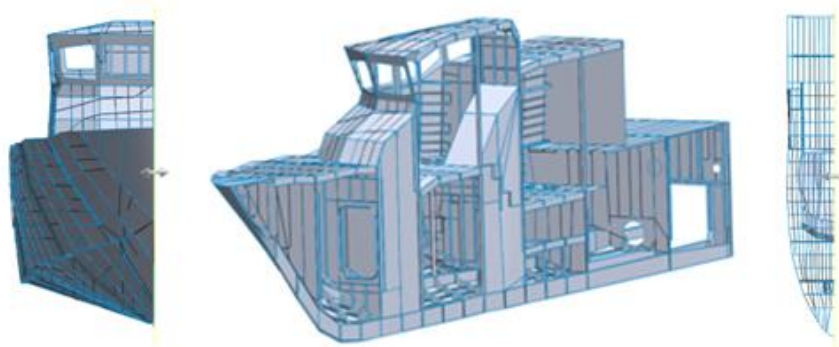


Figura 3.1-4 - Corte Longitudinal do Modelo da Lancha Salva-Vidas

Paralelamente, identificaram-se as zonas onde o conjunto das solicitações seria maior e concluiu-se que a proa, pela solicitação de *slamming*, e a popa, pelos esforços devidos à impulsão dos jactos e peso dos motores, seriam as zonas mais críticas do modelo, uma vez que a lancha, devido ao seu quociente entre comprimento e boca ( $14,5/4,3 \approx 3,4$ ), não estaria particularmente sujeita a tensões induzidas pelo alquebramento e contra-alquebramento longitudinal e transversal (momentos flectores), fenómeno muito importante em navios com razões *Comprimento/Boca* superiores a 12. Deste modo, o estudo principal incidiu sobre as duas secções do modelo indicadas (proa e popa), assumindo-se que a restante embarcação estará sujeita a solicitações menores e, portanto, não tão relevantes. A figura 3.1-5 mostra a zona da proa escolhida para a análise e a figura 3.1-6 o modelo da popa que foi estudado.



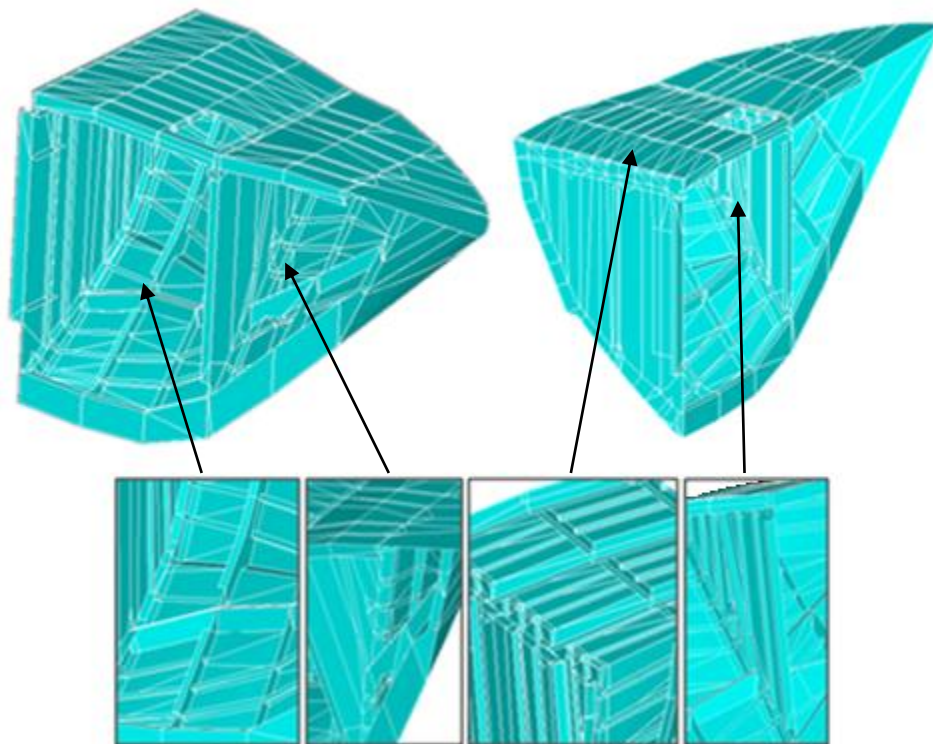


Figura 3.1-5 - Modelo da Proa da Lancha Salva-Vidas

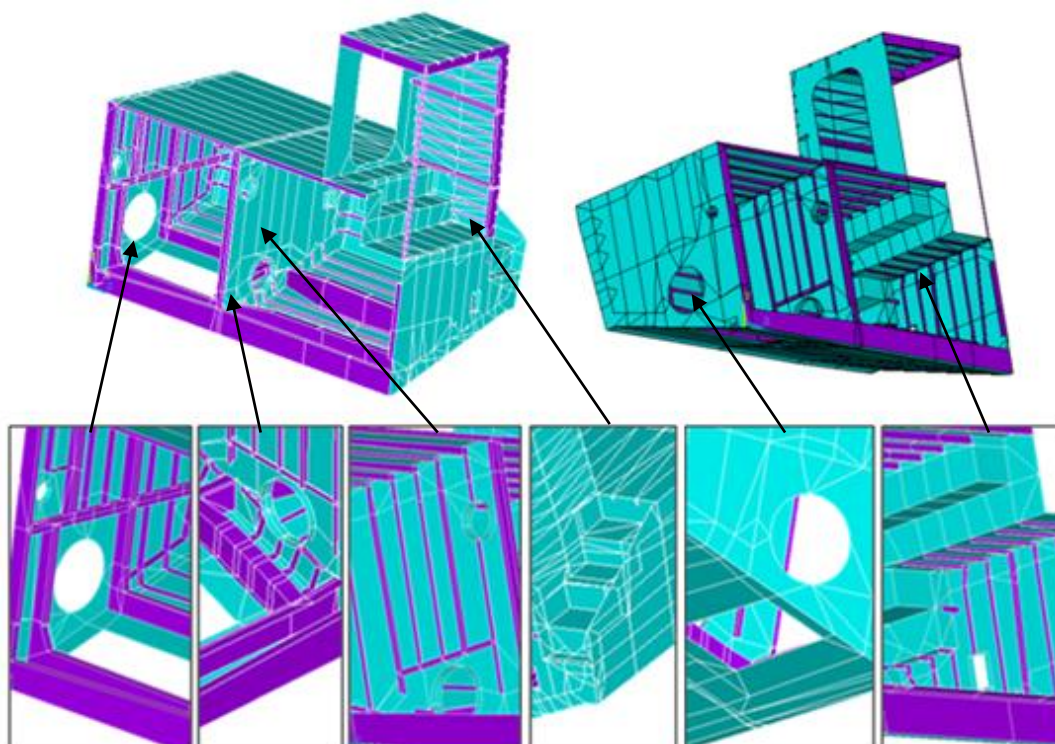


Figura 3.1-6 - Modelo da Popa da Lancha Salva-Vidas



### 3.2. A construção da malha de Elementos Finitos em ANSYS®

Conforme referido anteriormente, o estudo da estrutura foi feito utilizando o método dos elementos finitos e passou por criar, em ANSYS®, uma malha em ambas as secções do modelo referidas, proa e popa, tendo em especial atenção a existência de conectividade entre elementos finitos localizados em áreas adjacentes. Foram utilizados, à semelhança do que foi feito durante a fase de validação do método numérico, elementos finitos do tipo SHELL181, passíveis de serem utilizados em análises lineares e não lineares envolvendo plastificação do material. Os dois modelos de material envolvidos no fabrico da lancha (figuras 1.2-1 e 1.2-2) foram utilizados nas análises realizadas e as espessuras das várias superfícies, nomeadamente, do casco, dos perfis de reforço e das anteparas e balizas, de acordo com os desenhos de projecto, foram definidas em várias constantes reais (*Real Constants*).

A figura 3.2-1 mostra a totalidade da proa com a malha de elementos finitos aplicada em todas as superfícies. Como referido anteriormente, a proa, à semelhança do resto da embarcação, é composta por duas ligas de alumínio. A liga 6082-T6 é aplicada em todos os perfis e balizas e a liga 5083-H111 nas restantes superfícies do casco e anteparas. Na figura 3.2-2 mostra as zonas da proa construídas na liga 6082-T6 e a figura 3.2-3 mostra as zonas da proa construídas na liga 5083-H111.

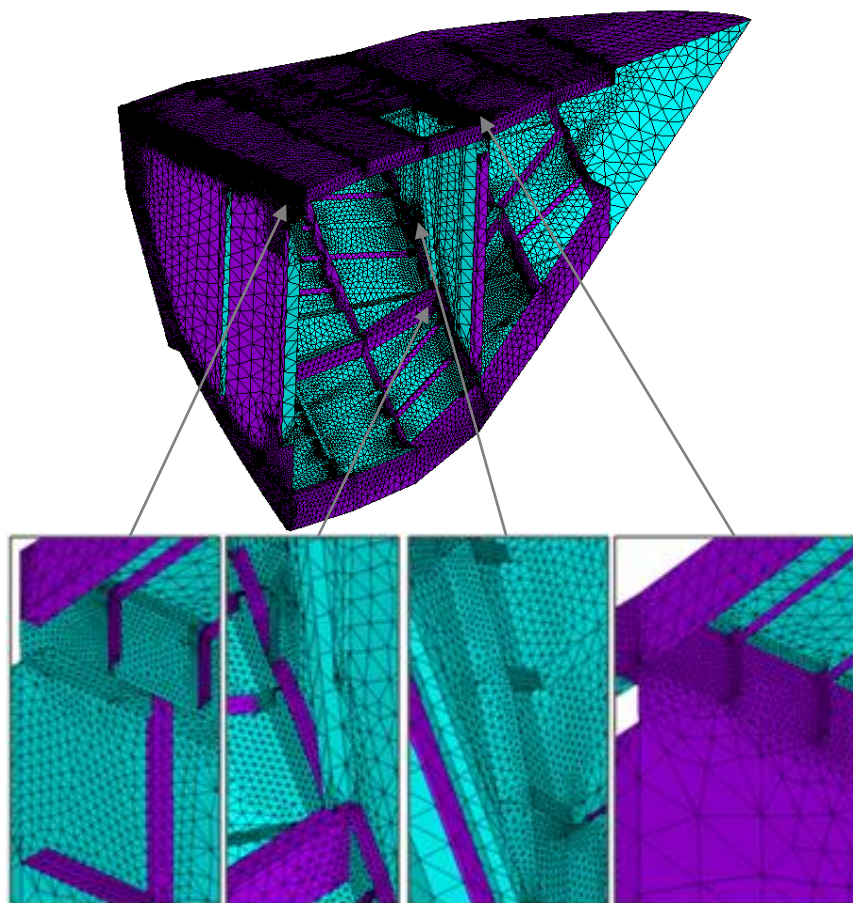


Figura 3.2-7 - Malha de Elementos Finitos aplicada na proa da Lancha Salva-Vidas

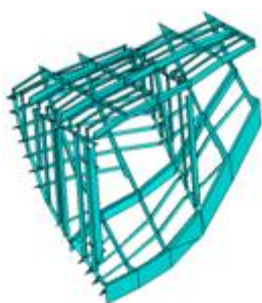


Figura 3.2-8 - Perfis e Balizas da Proa construídas na Liga de Alumínio 6082-T6

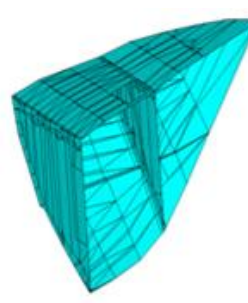
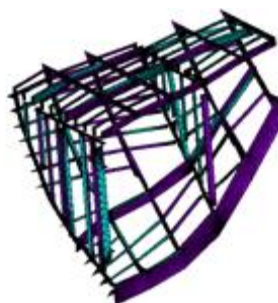
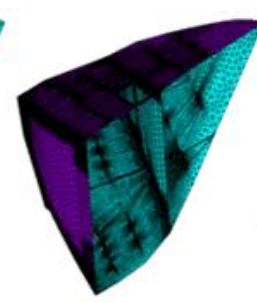


Figura 3.2-9 - Casco e Anteparas da Proa construídas na Liga de Alumínio 5083-H111



Tal como na proa, também foram utilizadas as duas ligas de alumínio na popa – a liga 5083-H111 e a liga 6082-T6 – aplicadas em anteparas e casco e em perfis e balizas, respectivamente. A figura 3.2-4 mostra uma perspectiva geral da malha existente na popa enquanto as figuras 3.2-5 e 3.2-6 mostram as zonas onde se aplicaram a liga 6082-T6 e a liga 5083-H111, respectivamente.

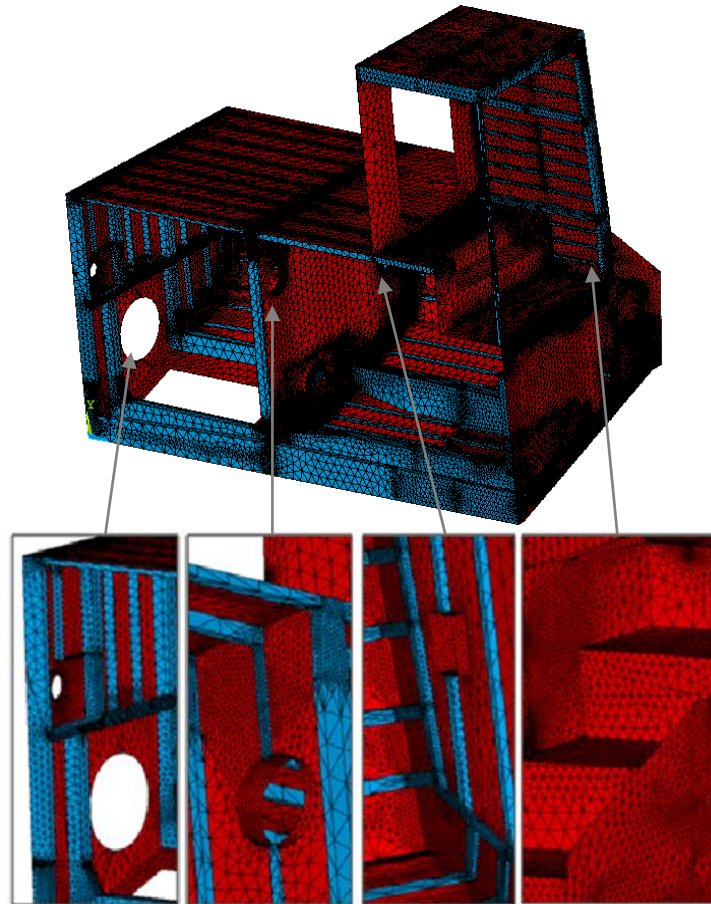


Figura 3.2-10 - Malha de Elementos Finitos aplicada na popa da Lancha Salva-Vidas

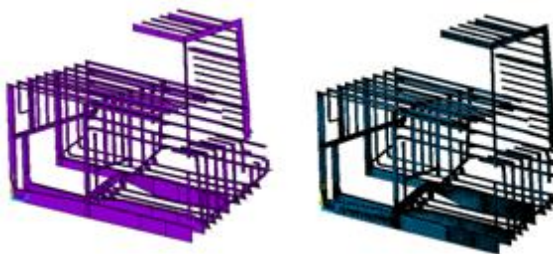


Figura 3.2-11 - Perfis e Balizas da Ré construídas na Liga de Alumínio 6082-T6

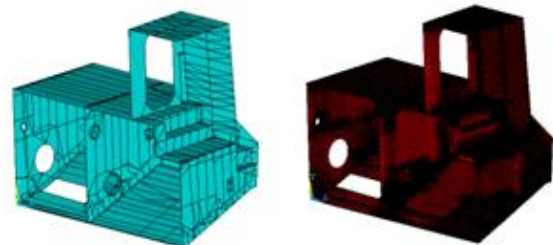


Figura 3.2-12 - Casco e Anteparas da Ré construída na Liga de Alumínio 5083-H111

### 3.3. Condições de fronteira

Para o estudo dos modelos descritos foi necessário aplicar condições de fronteira que simulassem a parte da estrutura que não foi analisada, tendo-se definido a condição de simetria. A figura 3.3-1 ilustra, a amarelo, as linhas em relação às quais a estrutura foi considerada ser simétrica. Estas linhas formam um plano que se pode considerar como um espelho, reflectindo a metade da lancha visível, e considerando assim a totalidade da estrutura na análise.

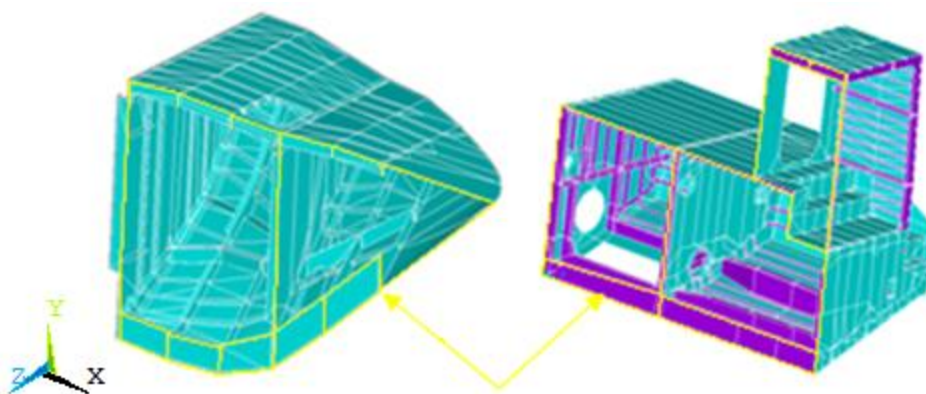


Figura 3.3-1 - Zona de aplicação das Condições de Simetria, a amarelo

Em seguida, indicou-se o tipo de apoio (condições de fronteira) das estruturas analisadas segundo as direcções dos eixos x, y e z. Uma vez que as estruturas analisadas têm continuidade com o resto da geometria do navio através de ligações soldadas, considerou-se que as arestas em redor das Anteparas 17 e 7 (figura 3.3-2) estão soldadas ao restante convés e casco, podendo ser simuladas, de forma aproximada através de uma condição de encastramento. Desta forma, considerou-se que a soldadura é um tipo de ligação permanente que não permite a rotação nem deslocamento das linhas em redor das anteparas 17 e 7. A figura 3.3-2 mostra, a vermelho quais as arestas encastradas, tanto na proa como na popa.

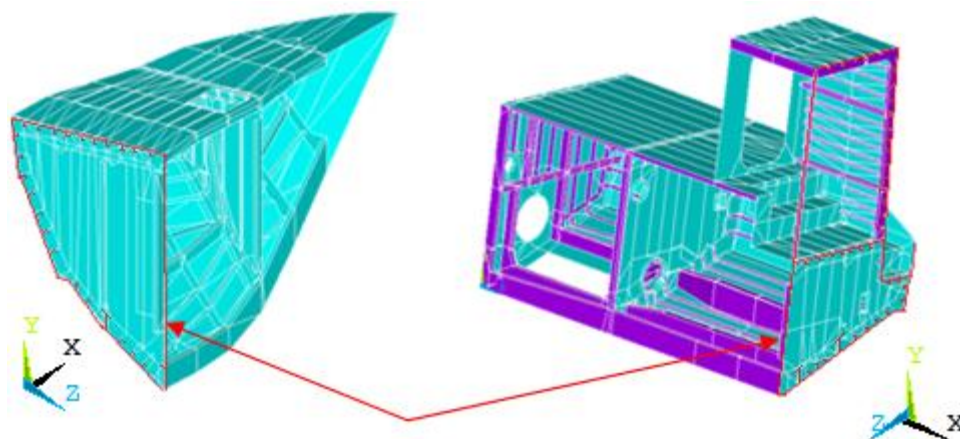


Figura 3.3-2 - Zona de aplicação da Condição de Apoio, a vermelho

Paralelamente, tanto na proa como na popa, foi aplicada uma aceleração gravítica,  $g$ , aos modelos, com um valor de  $9,81\text{m/s}^2$ , sendo possível simular a contribuição do peso próprio das estruturas na análise.

As restantes forças existentes na estrutura real foram aplicadas ao modelo computacional. Deste modo, considerou-se que a proa não contém qualquer tipo de equipamento que induza forças significativas na estrutura. Inversamente, na popa, entre as anteparas n.ºs 3 e 7, existem os motores da lancha, sendo que cada motor tem uma massa ( $m$ ) de 1 250 kg. Assim, cada motor exerce uma força, devida ao seu peso, de acordo com a equação [3.3.1], de 12 262,5 N.

$$F_{motor} = m \times g = 1250 \times 9,81 = 12\,262,5\,N \quad [3.3.1]$$

Como cada motor tem quatro pontos de apoio (figura 3.3-3) esta força foi dividida por quatro. A equação [3.3.2] mostra o valor da força exercida por um motor em cada um dos seus apoios.

$$F_{apoio} = \frac{F_{motor}}{4} = \frac{12262,5}{4} = 3065,6\,N \quad [3.3.2]$$

Os pontos de aplicação destas quatro forças são sobre os dois perfis em T, interior e exterior (carlingas dos motores), existentes no compartimento dos motores (entre as anteparas 3 e 7) como mostrado na figura 3.3-3.



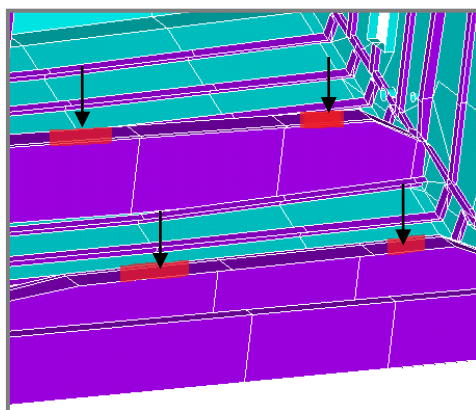


Figura 3.3-3 - Pontos de Apoio de um Motor, a Vermelho

Para além dos carregamentos indicados na presente secção, outros carregamentos foram considerados nas análises efectuadas, nomeadamente: a pressão hidrostática devida à coluna de água do mar aplicada na superfície exterior do casco, a pressão hidrostática resultante de um hipotético alagamento de compartimentos estanques do navio, aplicada às anteparas e superfície interior do casco, a força de propulsão dos jactos e a pressão aplicada no casco decorrente da ocorrência de *slamming*. Por uma questão de clareza, optou-se por apresentar o cálculo das forças e das pressões aplicadas à estrutura junto das secções que tratam cada um dos casos analisados.

Em resumo, o estudo do modelo numérico da lancha foi realizado em duas fases, tendo sido separado, o estudo estático, do estudo dinâmico da embarcação. Na análise da estrutura sujeita a carregamentos de natureza estática foi avaliada a resposta da lancha à solicitação de pressão hidrostática externa aplicada no casco e nas anteparas (simulação de alagamento de compartimentos), à acção de *slamming* e a forças de impulso causadas pelos jactos. Na componente dinâmica foi avaliada a resposta da proa quando solicitada por um carregamento de *slamming*, aplicado numa gama de frequências compreendidas entre os 25 e os 80 Hz, uma vez que os valores de frequência natural de vibração da proa se encontram neste intervalo, como demonstrado mais adiante no documento. Os modos e as frequências de vibração das duas estruturas (proa e popa) foram determinados, de modo a averiguar a existência de possíveis situações de ressonância da estrutura induzidas pelo encontro com a frequência de impacto de *slamming*.

### 3.4. Estudo do comportamento estrutural da proa da lancha

#### 3.4.1. Análise estática

A análise estática da proa foi dividida em duas partes distintas. A primeira, relativa ao estudo do comportamento da estrutura quando sujeita à pressão hidrostática da água do mar, sobreposta com o efeito de *slamming* na antepara 20, e a segunda parte, em que se considerou o hipotético alagamento do compartimento estanque da proa.

Para criar uma situação aproximada da realidade da lancha em serviço, optou-se por aplicar uma coluna hidrostática, externa ao casco, que induz uma pressão crescente com o aumento da altura da coluna de água, com valor máximo junto à quilha da lancha e um valor mínimo, igual a zero, no rebordo do costado, que se encontra sensivelmente a meio do casco, uma vez que, durante a navegação, com o cabeceio, a água pode chegar à cota indicada. O nível exterior da água no casco é representado pela figura 3.4-1 e a pressão por ela exercida, na proa, está de acordo com o gráfico da figura 3.4-2. Neste gráfico, considera-se que o ponto de cota zero está localizado no fundo do navio, correspondente ao ponto de pressão máxima, de modo a estar de acordo com o referencial global do modelo da lancha desenhado em *SOLIDWorks*®.



Figura 3.4-1 - Ilustração da altura da água na Proa da Lancha

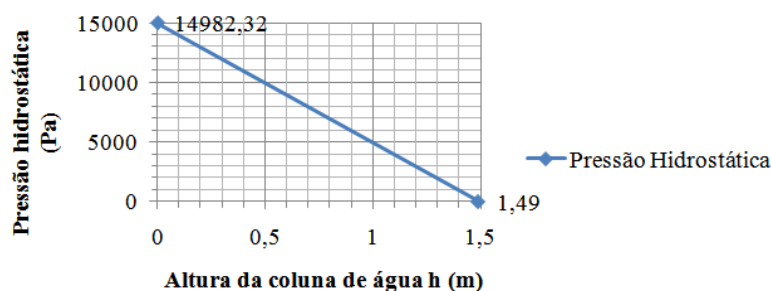


Figura 3.4-2 - Gráfico da Pressão Hidrostática Exterior na Proa devido à água do mar

O valor da pressão máxima ( $h = 0$ ) é determinado através da equação [3.4.1], em que  $\rho$  é a massa volúmica da água salgada a 25°C (1025 kg/m<sup>3</sup>),  $g$  corresponde à aceleração da gravidade e  $h$  à altura da coluna de água que causa a pressão no casco.

$$P_{max} = \rho \times h_{max} \times g = 1025 \times 1,49 \times 9,81 = 14\,982,32 \text{ Pa} \quad [3.4.1]$$

O efeito de *slamming* foi simulado pela aplicação de uma pressão constante (196,28 kPa) no casco, ao nível da antepara 20, como referido no capítulo 1.6 deste documento e indicado na figura 1.3-10.

Os resultados dos deslocamentos induzidos pela sobreposição da pressão hidrostática com a pressão de *slamming* foram obtidos através do programa ANSYS® e são mostrados na figura 3.4-3.

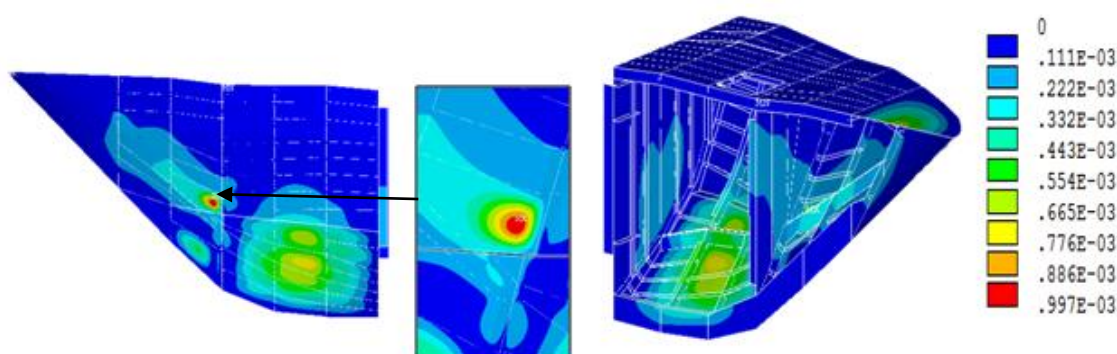


Figura 3.4-3 - Deslocamentos na Proa [m] devido à Pressão Hidrostática e à Pressão de Slamming

Como se observa, a deformada resultante tem o valor máximo de 1 mm e está situada num ponto da chapa do casco, que, doravante, se designará por *ponto 1*. A pressão hidrostática, com origem na água do mar, provoca deslocamentos na ordem dos 0,7 mm, sendo que a sobreposição do carregamento de *slamming* dá origem a um acréscimo de flecha (0,3 mm) muito inferior ao do provocado pela aplicação da pressão hidrostática, sendo este, pelo motivo indicado, o carregamento que induz o deslocamento dominante.

Numa análise mais detalhada das anteparas n.ºs 17 e 20 (figuras 3.4-4 e 3.4-5) pode-se observar que os deslocamentos nas anteparas não vão além dos 0,17 mm, na antepara 17 (figura 3.4-4), e dos 0,23 mm, na antepara 20 (figura 3.4-5), o que, para as duas dimensões da estrutura em questão, se podem considerar valores baixos.



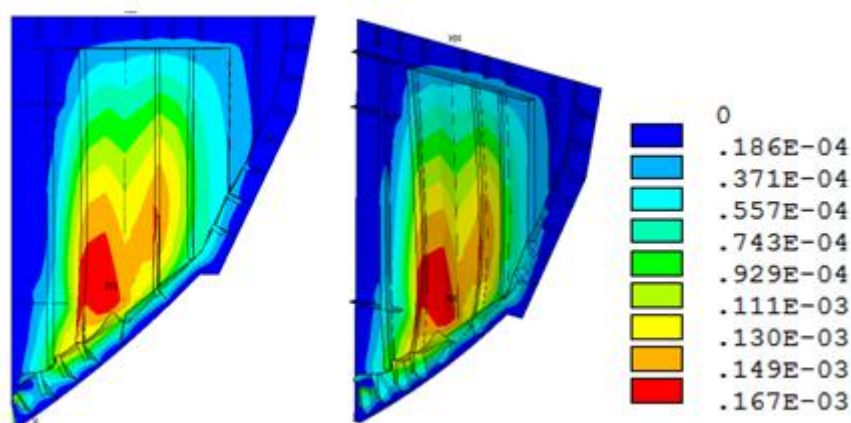


Figura 3.4-4 - Deslocamentos [m] na Antepara 17 devida à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de Slamming

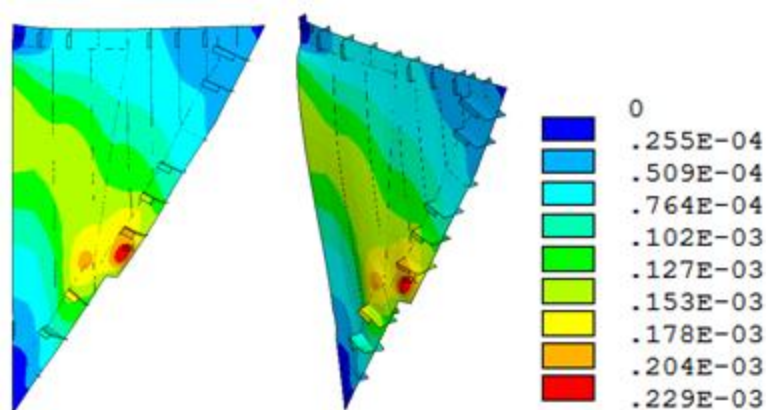


Figura 3.4-5 - Deslocamentos [m] na Antepara 20 devido à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de Slamming

As tensões de *von Mises* induzidas pela aplicação conjunta dos dois carregamentos indicados anteriormente podem ser observadas na figura 3.4-6, revelando valores que não ultrapassam um máximo local de 35 MPa (antepara 20), valor este que é 27% da tensão de cedência da liga de alumínio 5083-H111 (130 MPa). Numa perspectiva global, os valores de tensão de *von Mises*, nas zonas próximas da ocorrência de *slamming*, encontram-se muito abaixo dos 35 MPa, rondado, em média, na parte interior da antepara 20, os 15 MPa (figura 3.4-6).

Nas restantes zonas analisadas da proa da lancha, as tensões induzidas são, em geral, baixas, na ordem dos 7 MPa. Observando ao pormenor as anteparas 17 e 20, verifica-se que as tensões são, como se referia antes, geralmente muito baixas, havendo apenas pontos de concentração de tensões que não vão além dos 55 MPa, no caso da antepara 17 (figura 3.4-7) e dos 65 MPa no caso da antepara 20 (figura 3.4-9). Se se eliminarem os pontos de concentração de tensões indicados (figura. 3.4-8 e 3.4-10)

surgirão valores de tensão de Von Mises menores, em que a tensão máxima é de 19 MPa na antepara 17 e de 24 MPa na antepara 20.

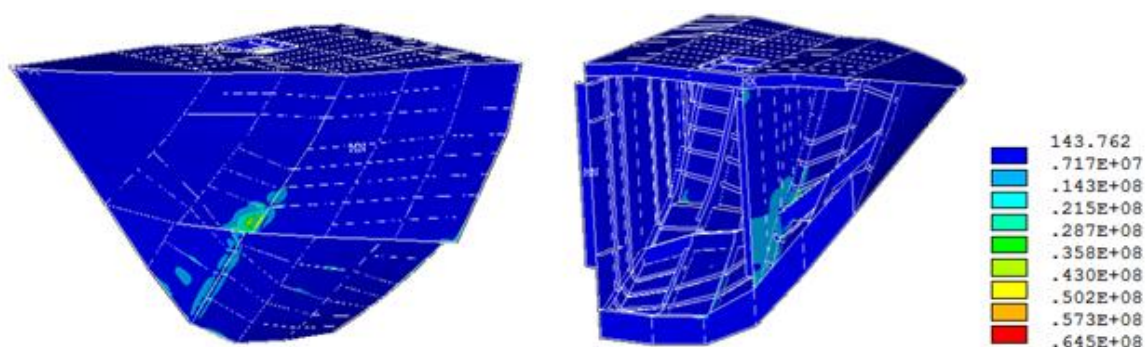


Figura 3.4-6 - Tensões de *von Mises* [Pa] induzidas na Proa devido à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de *Slamming*

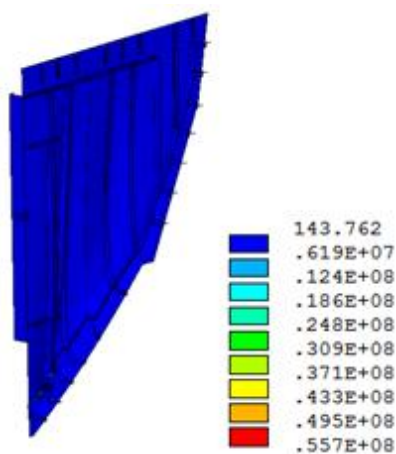


Figura 3.4-7 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Antepara 17 devido à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de *Slamming*

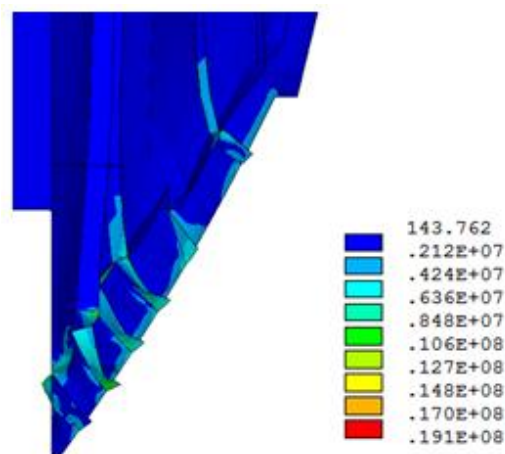


Figura 3.4-8 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Antepara 17 devido à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de *Slamming* (excluindo o ponto de tensão máxima)

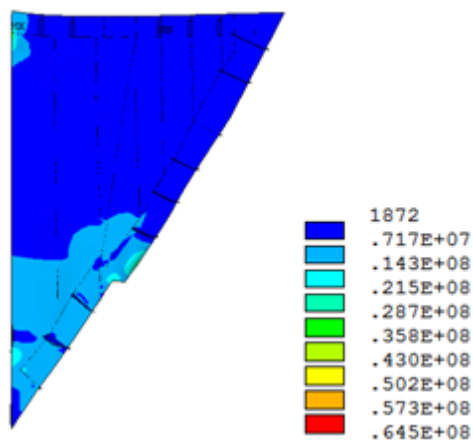


Figura 3.4-9 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Antepara 20 devido à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de *Slamming*

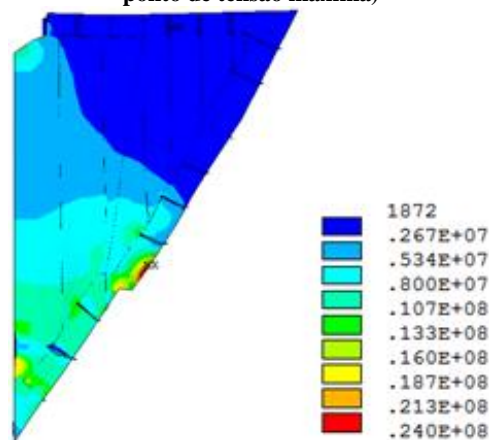


Figura 3.4-10 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Antepara 20 devido à Pressão Hidrostática exterior e à Pressão de *Slamming* (excluindo o ponto de tensão máxima)

As anteparas existentes no compartimento da proa (antepara 17 e 20) foram projectadas, assim como as restantes anteparas do navio, para suportar solicitações de pressão hidrostática devida ao hipotético alagamento dos compartimentos adjacentes, tal como se mostra na figura 3.4-11.

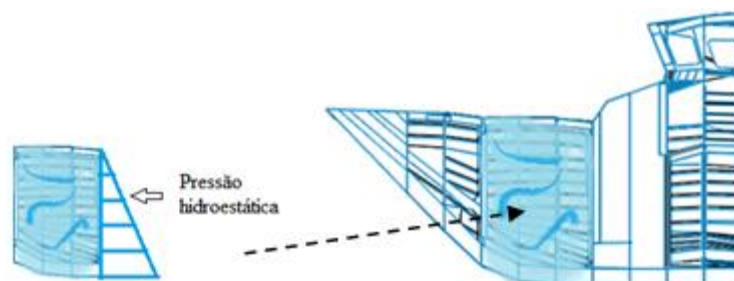


Figura 3.4-11 - Ilustração do Hipotético Alagamento do Compartimento Estanque Adjacente às Anteparas 17 e 20

O carregamento a que esta zona está sujeita varia de acordo com o gráfico mostrado na figura 3.4-12. O valor máximo de pressão na quilha ( $h = 0$ ) foi calculado através da equação [3.4.2], em que  $\rho$  é a massa volúmica da água salgada a 25° (1025 kg/m<sup>3</sup>),  $g$  corresponde à aceleração da gravidade e  $h$  representa a altura da coluna de água que causa o alagamento (2,7 metros).

$$P_{max} = \rho \times h_{max} \times g = 1025 \times 2,7 \times 9,81 = 27149,17 \text{ Pa} \quad [3.4.2]$$

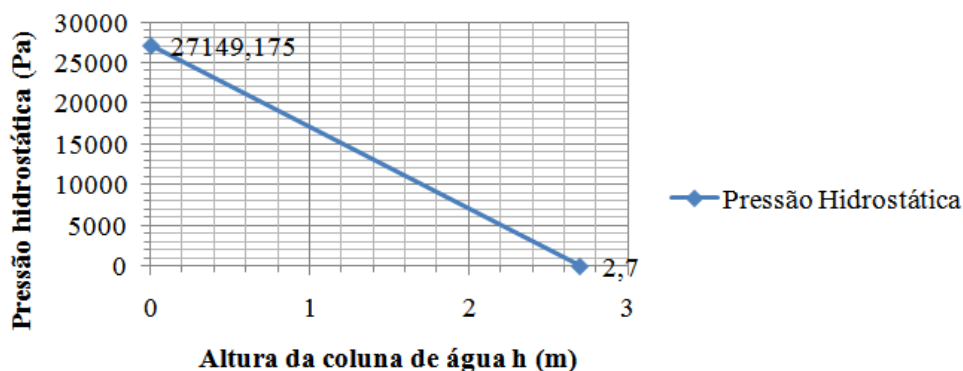


Figura 3.4-12 - Gráfico de Pressão Hidrostática na Proa da Lancha devido ao Alagamento

Os resultados dos deslocamentos determinados para este estudo (figura 3.4-13) foram obtidos em ANSYS®, para uma análise de tipo não linear, quer ao nível das tensões locais induzidas na estrutura (valor máximo superior à tensão de cedência dos materiais utilizados nas análises computacionais), quer tendo em consideração a existência de grandes deformadas induzidas na estrutura.

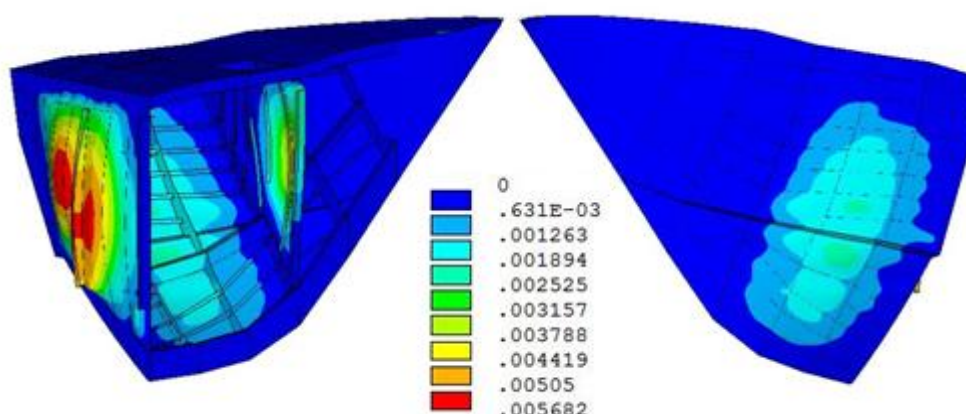


Figura 3.4-13 - Deslocamento [m] devido ao Alagamento do Compartimento Adjacente às Anteparas 17 e 20

De acordo com a escala gráfica indicada na figura 3.4-13, o deslocamento máximo obtido, devido ao alagamento do compartimento entre as anteparas 17 e 20, é de 5,68 mm, verificado na antepara 17 (figura 3.4-15). No caso da Antepara 20 (figura 3.4-14), esta sofre um deslocamento de 3,85 mm. O deslocamento máximo obtido nas placas reforçadas do costado é de 2,52 mm (figura 3.4-13).

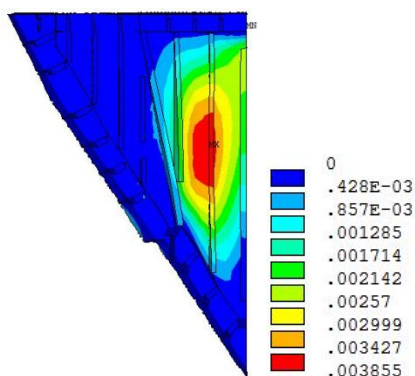


Figura 3.4-14 - Deslocamento [m] devido ao Alagamento do Compartimento Adjacente às Anteparas 17 e 20, na Antepara 20

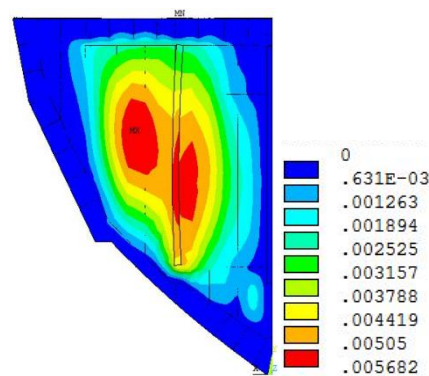


Figura 3.4-15 - Deslocamento [m] devido ao Alagamento do Compartimento Adjacente às Anteparas 17 e 20, na Antepara 17

As tensões de *von Mises* induzidas na secção em estudo, são mostradas na figura 3.4-16. Como se pode observar, a grande maioria da estrutura estudada apresenta, para o carregamento considerado, tensões de *von Mises* iguais ou inferiores a 20 MPa. Contudo, numa análise local, infere-se a existência de pontos de concentração de tensões na antepara nº17 (figura 3.4-17), na zona de ligação do perfil em T de reforço do casco com a chapa da antepara 17. Este ponto tem, contudo, a sua origem numa situação de modelação imprecisa, uma vez que, na lancha real, a ligação dos perfis de reforço à chapa da antepara e a perfis de reforço perpendiculares é feita através de



esquadros com raio de curvatura elevado, de modo a minimizar a concentração de tensões locais. Assim, considera-se que, para o ponto analisado, o valor de tensão local obtido não é representativo, pois não faz justiça à geometria real. Também no topo da antepara 17 existem algumas zonas em que a tensão pode atingir os 80 MPa, valor que é 62% da tensão de cedência (130 MPa) da liga de alumínio 5083-H111 que constitui da antepara. Na antepara 20 (figura 3.4-18), o valor máximo de tensão obtido é 126 MPa e está localizado na ligação do reforço em T central com o perfil longitudinal desta zona do *convés* da lancha. Embora este valor de tensão tenha origem nas condições de fronteira impostas, sendo por isso um valor pouco representativo, verifica-se que é 42% da tensão de cedência (300 MPa) da liga de alumínio 6082-T6 que constitui os perfis.

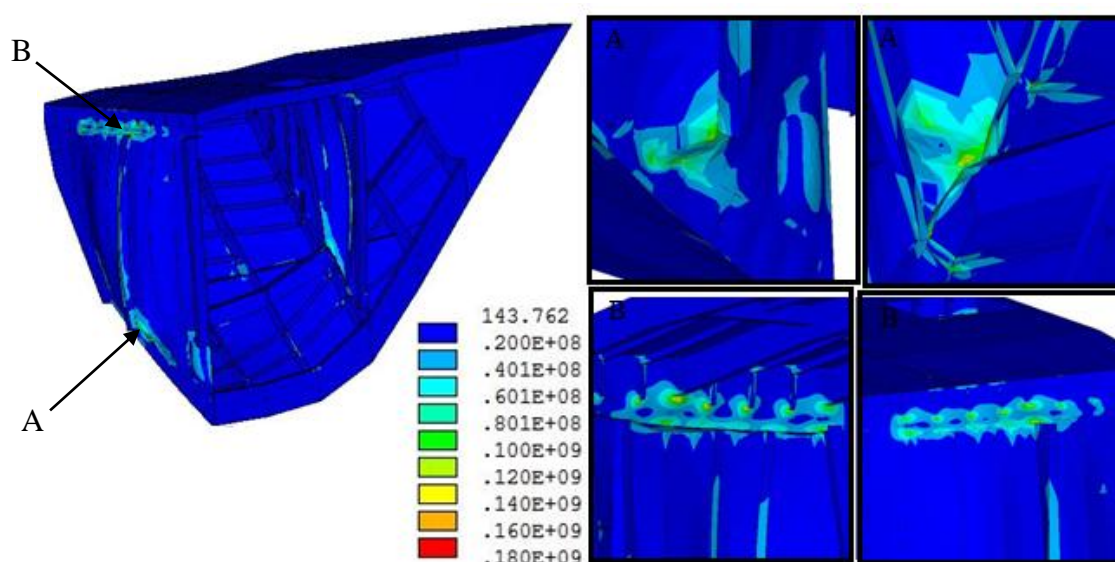


Figura 3.4-16 - Tensões de Von Mises [Pa] devida ao Alagamento do Compartimento Adjacente às Anteparas 17 e 20

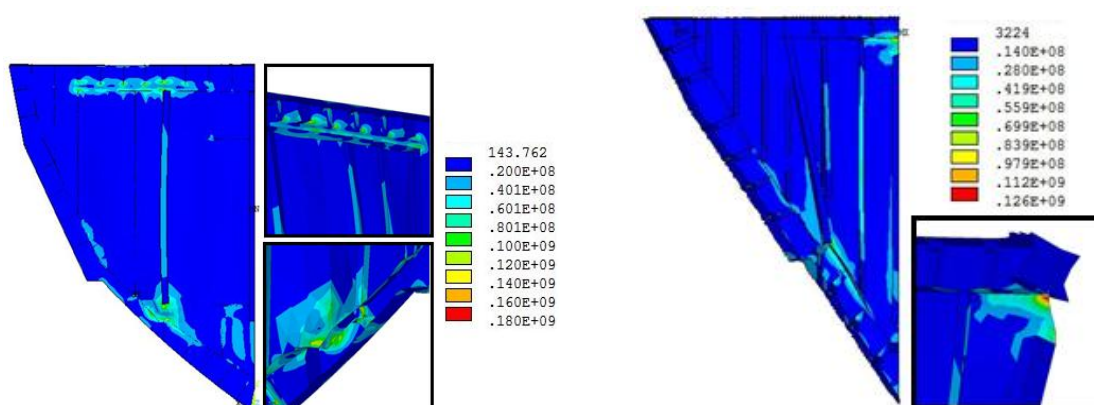


Figura 3.4-17 - Tensões de Von Mises [Pa] devida ao Alagamento do Compartimento Adjacente às Anteparas 17 e 20, na Antepara 17

Figura 3.4-18 - Tensões de Von Mises [Pa] devida ao Alagamento do Compartimento Adjacente às Anteparas 17 e 20, na Antepara 20

### 3.4.2. Análise dinâmica

Neste ponto, com o auxílio do programa ANSYS®, foi possível determinar os dois primeiros modos de vibração da estrutura da proa assim como as frequências de vibração associadas. Obtiveram-se os resultados, abaixo indicados, onde é possível visualizar os modos como a estrutura vibra (figura 3.4-19) em cada uma das suas frequências (tabela 3.4-1).

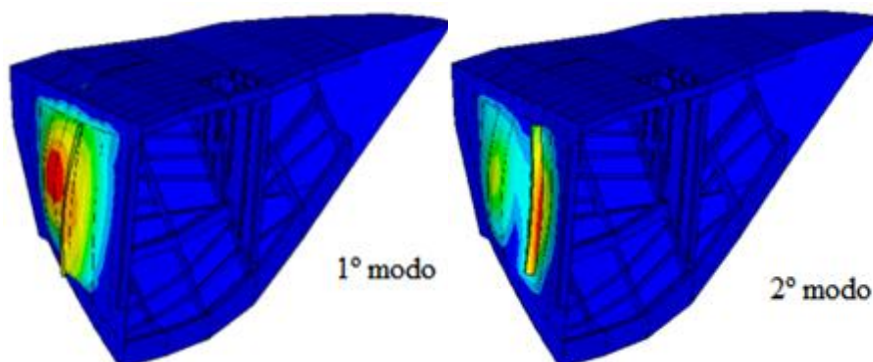


Figura 3.4-19 - 1º e 2º Modos de Vibração da Proa da Lancha

Tabela 3.4-1 - Frequências de Vibração da Proa da Lancha [Hz]

Modo de vibração	Frequência, Hz
1º modo	68,49
2º modo	78,17

Embora a figura 3.4-19 mostre que a frequência natural de vibração da proa surge aos 68,49 Hz, a análise revelou frequências inferiores a esta (da ordem dos 25 Hz), mas que, por opção, foram desprezadas, uma vez que os maiores deslocamentos induzidos pelos respectivos modos de vibração incidiam sobre zonas pouco relevantes da proa, como a chapa do convés avante da baliza 22.

Uma vez que a frequência de vibração natural da proa é de 68,49 Hz não existem situações de ressonância, uma vez que, as frequências máximas de carregamento impostas pelo efeito de *slamming* (0,50 Hz, tabela 1.3-3) são muito inferiores às frequências naturais determinadas pelo MEF.

Para obtenção da resposta em frequência da proa do navio quando sujeita ao impacto da pressão de *slamming* foi aplicada uma pressão, com a forma sinusoidal, de amplitude constante (196,28 kPa) na área indicada na figura 1.3-10, semelhante ao caso estático, e feita uma análise ao longo de um intervalo de frequências compreendidas entre o valor mínimo e máximo das frequências naturais de vibração da proa (25 a 80

Hz). Os valores de deslocamento e as tensões de *von Mises* foram calculados no *ponto 1*, referido anteriormente na Secção 3.4.1, por ser o ponto onde foram verificados, no estado estático, os valores máximos de deslocamento e tensão de *von Mises*. Numa primeira análise, obteve-se o gráfico de deslocamento *versus* frequência, do *ponto 1*, nas direcções x, y e z para o intervalo de frequências 25-80 Hz (figuras 3.4-16 a 3.4-18).

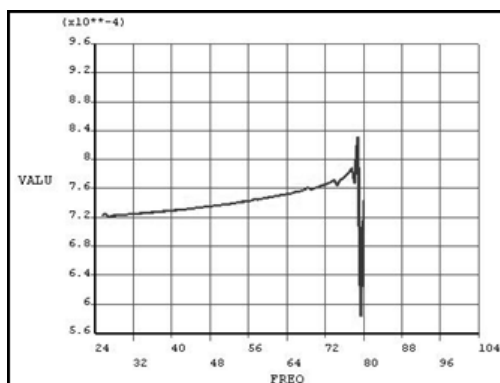


Figura 3.4-20 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] *versus* frequência, na direcção do eixo do X, para o intervalo 25 a 80 Hz

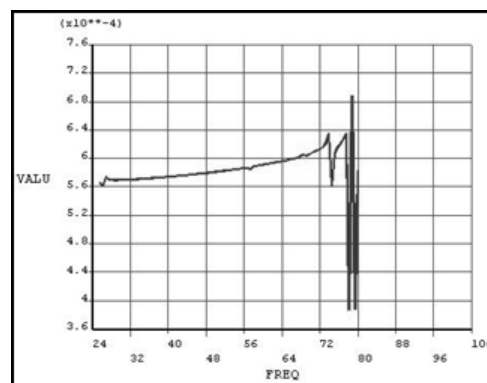


Figura 3.4-21 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] *versus* frequência, na direcção do eixo do Y, para o intervalo 25 a 80 Hz

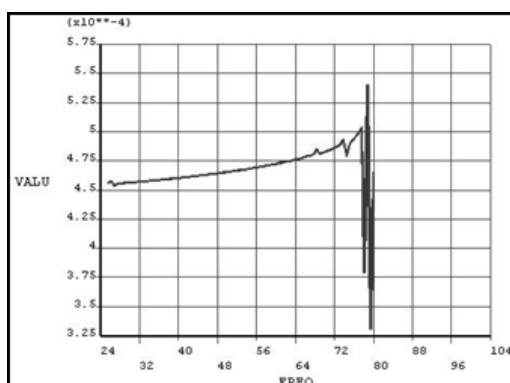


Figura 3.4-22 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] *versus* frequência, na direcção do eixo do Z, para o intervalo 25 a 80 Hz

Para se obter um maior detalhe dos gráficos representados (figuras 3.4-16 a 3.4-18), optou-se por dividir o estudo em duas partes. Uma primeira compreendida entre as frequências de 25 e 75 Hz (figuras 3.4-19 a 3.4-21) e, uma segunda, compreendida entre as frequências de 70 e 80 Hz (figuras 3.4-22 a 3.4-24). As figuras indicadas continuam a referir-se ao deslocamento calculado no *ponto 1*.

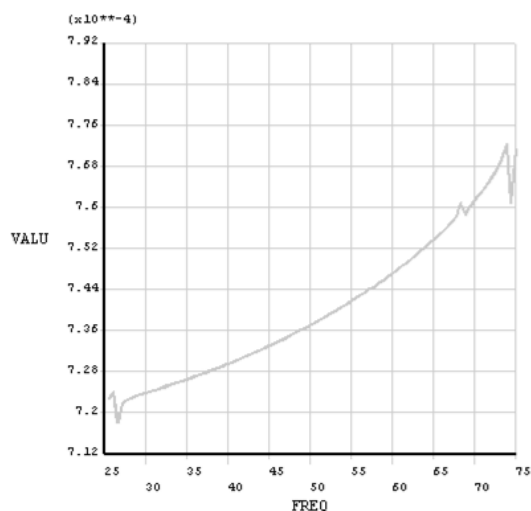


Figura 3.4-23 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] *versus* frequência, na direcção do eixo do X para o intervalo 25 a 75 Hz

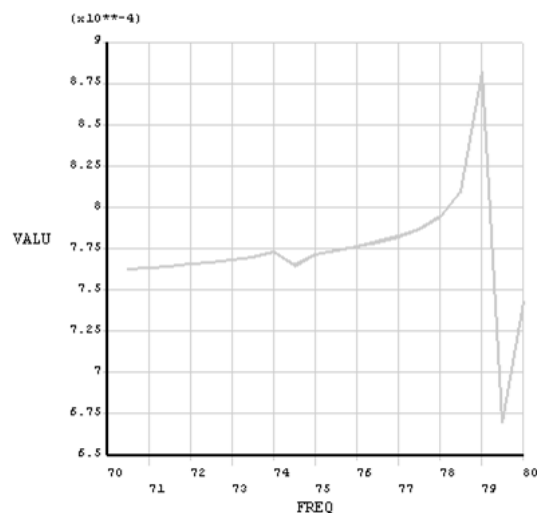


Figura 3.4-26 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] *versus* frequência, na direcção do eixo do X para o intervalo 70 a 80 Hz

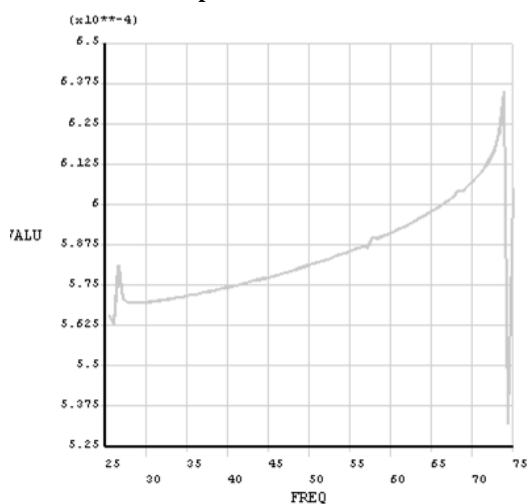


Figura 3.4-24 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] *versus* frequência, na direcção do eixo do Y para o intervalo 25 a 75 Hz

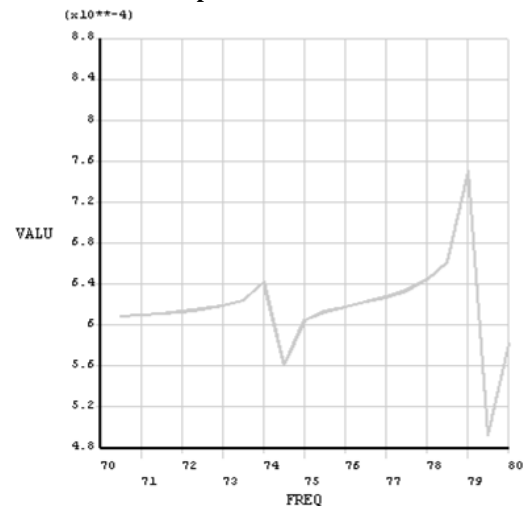


Figura 3.4-27 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] *versus* frequência, na direcção do eixo do Y para o intervalo 70 a 80 Hz

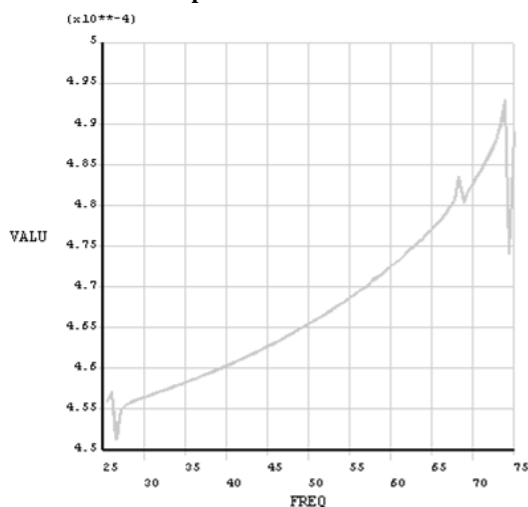


Figura 3.4-25 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] *versus* frequência, na direcção do eixo do Z para o intervalo 25 a 75 Hz

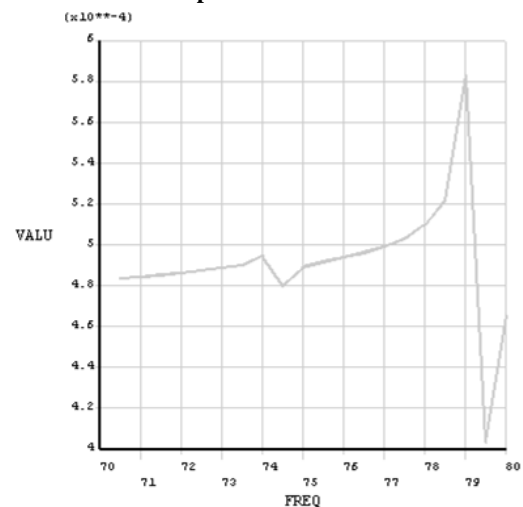


Figura 3.4-28 - Resposta em Frequência do deslocamento [m] *versus* frequência, na direcção do eixo do Z para o intervalo 70 a 80 Hz



Através dos valores obtidos nos gráficos das figuras 3.4-19 a 3.4-24 é possível calcular o deslocamento total próximo da primeira frequência de vibração (68,49 Hz),  $\delta_{T68}$ , (conjugando x, y e z) como mostra a equação [3.4.3].

$$\delta_{T68} = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2}$$
$$\delta_{T68} = \sqrt{(7,20 \times 10^{-4})^2 + (5,63 \times 10^{-4})^2 + (4,55 \times 10^{-4})^2} = 1,03 \times 10^{-3} \text{ m}$$

[3.4.3]

Do mesmo modo, no ponto de instabilidade próximo da segunda frequência de vibração (78,17 Hz), o valor do deslocamento total  $\delta_{T78}$ , é dado pela equação [3.4.4].

$$\delta_{T78} = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2}$$
$$\delta_{T78} = \sqrt{(7,90 \times 10^{-4})^2 + (6,45 \times 10^{-4})^2 + (5,10 \times 10^{-4})^2} = 1,14 \times 10^{-3} \text{ m}$$

[3.4.4]

Analisando os gráficos observa-se que o deslocamento do *ponto 1* em estudo, devido ao impacto da força de *slamming*, tem picos coincidentes com as frequências naturais da proa. Os pontos de instabilidade observados às frequências de 26 Hz, 57 Hz e 74 Hz são indicadores de outros modos de vibração, que por deformarem somente a chapa não reforçada do *convés*, no extremo da proa, são pouco críticos e, por isso, não foram incluídos na análise dos modos e frequências de vibração da proa. O valor do deslocamento máximo total, obtido neste para a primeira frequência de vibração (68,49 Hz), é  $1,02 \times 10^{-3}$  m e no ponto de instabilidade próximo da segunda frequência de vibração (78,17 Hz), o valor do deslocamento total é de  $1,14 \times 10^{-3}$  m o que se revela próximo do valor de deslocamento obtido anteriormente ( $0,99 \times 10^{-3}$  m) na análise estática da proa, devido ao carregamento de *slamming*. Este estudo permite concluir que, na resposta em frequência da proa, os valores de deslocamento não vão além dos obtidos estaticamente. Note-se, também, que os valores de frequência aos quais estes fenômenos surgem estão muito longe das frequências às quais a lancha está sujeita no seu funcionamento normal (0,50 Hz).

Obtiveram-se ainda os valores de tensão de *von Mises* do *ponto 1* para os dois casos de estudo como mostra a figura 3.4-29 (25-75 Hz) e a figura 3.4-30 (70-80 Hz).

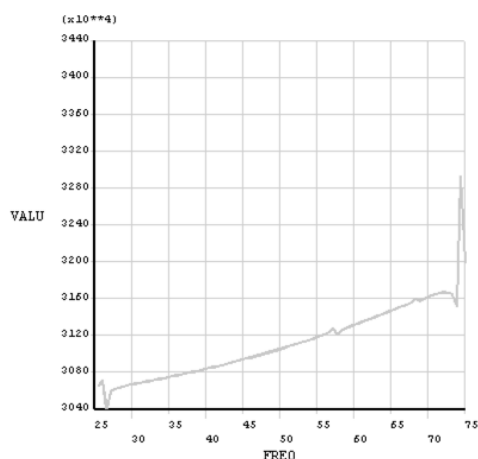


Figura 3.4-29 - Tensão de *von Mises* [Pa] induzida no ponto 1, pelo carregamento de *slamming* aplicado no intervalo de frequências [25-75] Hz

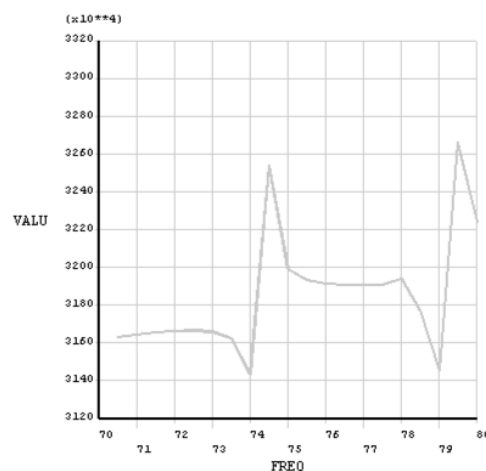


Figura 3.4-30 - Tensão de *von Mises* [Pa] induzida no ponto 1, pelo carregamento de *slamming* aplicado no intervalo de frequências [70-80] Hz

Por observação dos gráficos, verifica-se que os valores de tensão são na ordem dos 31,60 MPa e 31,80 MPa para a primeira e segunda frequência de vibração, respectivamente. Estes valores de tensão estão concordantes com os valores de tensão de *von Mises* obtidos no caso do carregamento estático de pressão de *slamming* na proa, para o ponto 1 (entre 28,7 MPa e 35,8 MPa) e são também inferiores ao limite de cedência do material. Assim como no caso dos deslocamentos, também aqui se verificam picos de valores de tensão nas frequências em redor das frequências naturais da proa.

### 3.5. Estudo do comportamento estrutural da popa da lancha

#### 3.5.1. Análise estática

Analogamente ao estudo efectuado para a proa será seguidamente apresentada uma análise semelhante, efectuada à zona da popa (figura 3.5-1), quando sujeita a solicitações de pressão hidrostática no casco, força de impulso dos jactos e hipotético alagamento dos compartimentos estanques adjacentes às anteparas n.ºs 0, 3 e 7 (compartimento dos jactos e motores).

Como descrito para o estudo da proa, a popa estará sujeita a pressão hidrostática, criada por uma coluna de água exterior com uma altura equivalente à distância vertical entre a quilha e o rebordo do costado, como mostra a figura 3.5-1.

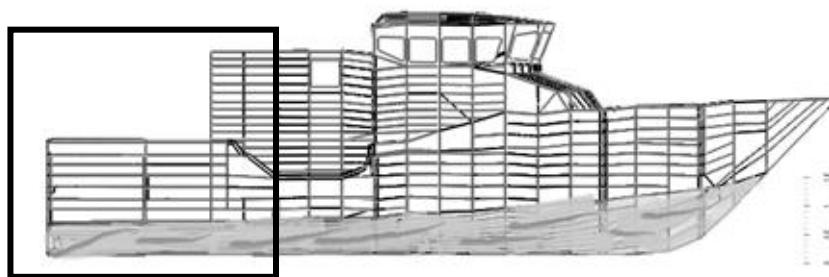


Figura 3.5-1 - Ilustração da altura da água na Ré Lancha

Essa coluna exerce uma pressão que está de acordo com o gráfico da figura 3.5-2 e tem o valor máximo, junto à quilha ( $h = 0$ , para o referencial considerado), de acordo com a equação [3.5.1]:

$$P_{max} = \rho \times h_{max} \times g = 1025 \times 0,64 \times 9,81 = 6435,4 \text{ Pa} \quad [3.5.1]$$

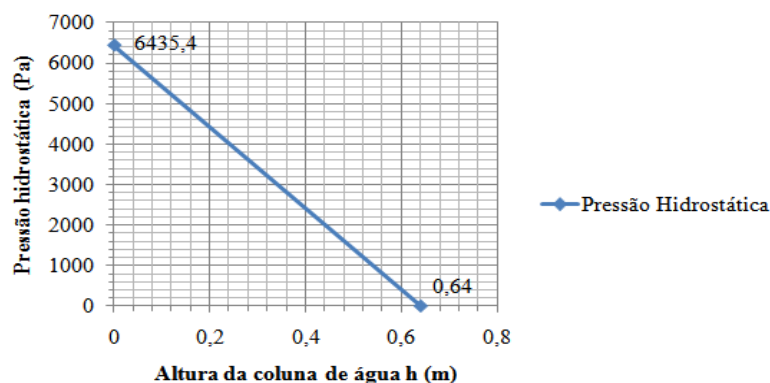


Figura 3.5-2 - Gráfico de Pressão Hidrostática Exterior na Ré devido à Água do Mar

Para a propulsão da lancha, esta foi equipada com dois jactos *Ultradynamics* UJ376 [4], sendo que os motores que lhes transmitem movimento têm uma potência de 478 kW,

cada. As curvas de funcionamento dos jactos são mostradas na figura 3.5-3. Considerando-se uma velocidade máxima de 25 nós, obtém-se uma força de impulso, por jacto, de 18 kN.

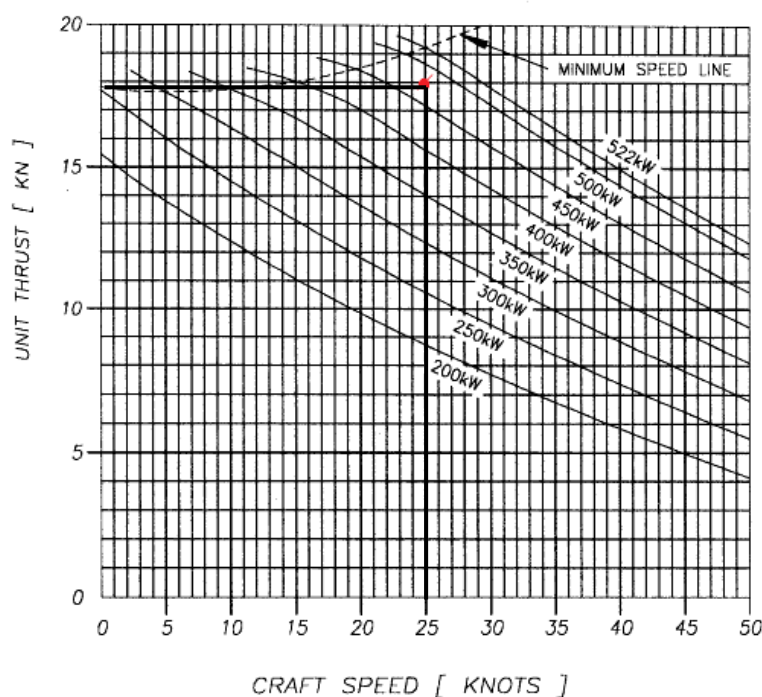


Figura 3.5-3 - Curvas de Desempenho dos Jactos [25]<sup>1</sup>

Como cada jacto está fixo ao casco da lancha através de oito parafusos (como mostra a figura 3.5-4), a força de impulso foi dividida por esses oito apoios e a força aplicada, em cada parafuso, é dada pela equação [3.5.2].

$$F_{apoio} = \frac{F_{impulso}}{8} = \frac{18\,000}{8} = 2\,250\,N \quad [3.5.2]$$

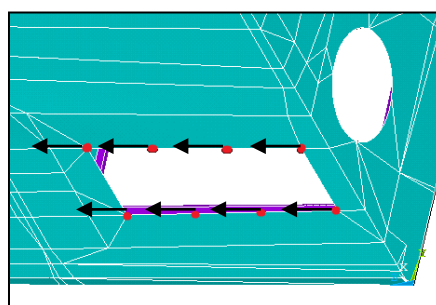


Figura 3.5-4 - Pontos de apoio de um jacto

Optou-se por desprezar o peso próprio dos jactos (444 kg cada) uma vez que a força resultante do peso dos mesmos era cerca de 25% da sua força de impulso e por

<sup>1</sup> Informação cedida pelo Eng. Paulo Pires da Silva da Direcção de Navios da Marinha Portuguesa

consequente, os deslocamentos e tensões induzidas pelo peso dos jactos seriam muito baixas e pouco relevantes.

Com o auxílio do programa ANSYS®, obtiveram-se os deslocamentos provocados pela sobreposição da pressão hidrostática provocada pela coluna de água do mar aplicada sobre a superfície exterior do casco com a força de impulso dos jactos. A figura 3.5-5 mostra as deformações induzidas no casco pelo conjunto dos carregamentos indicados.

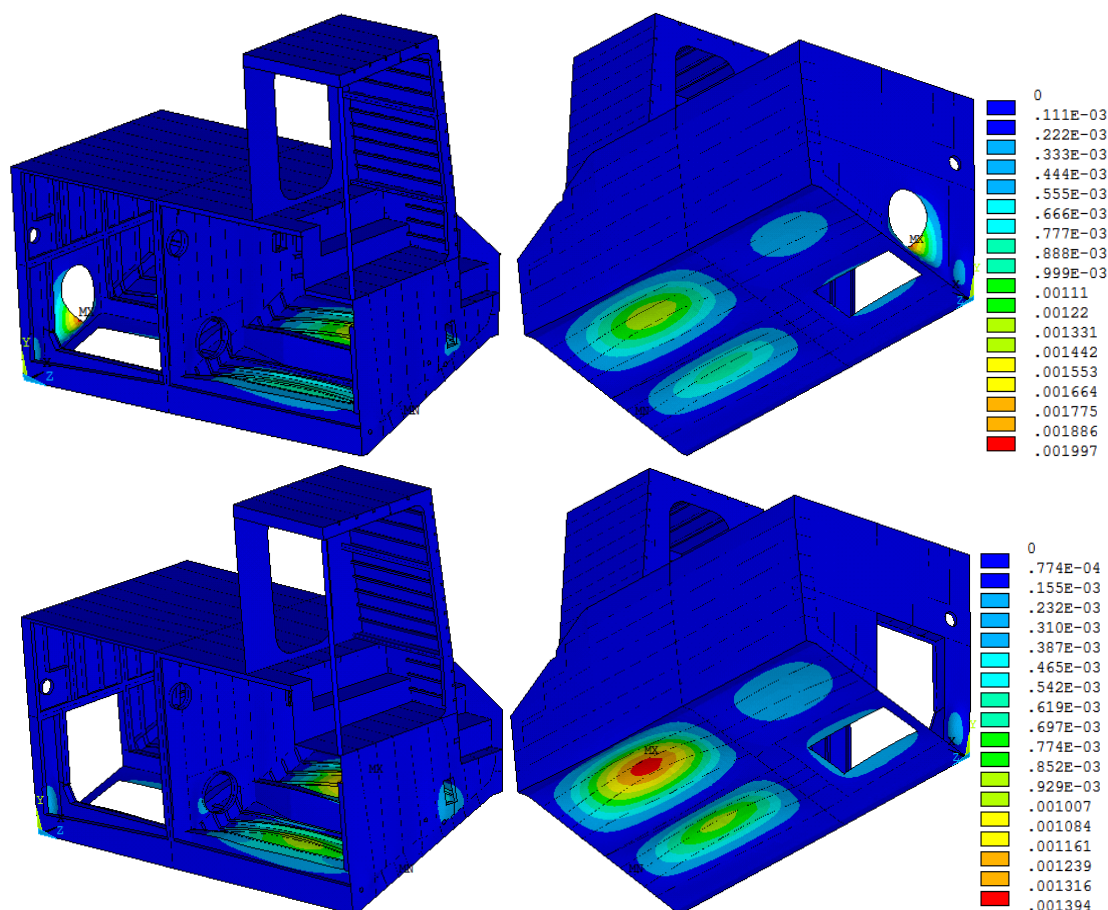


Figura 3.5-5 - Deslocamentos [m] na popa devido à Pressão Hidrostática e Impulso dos Jactos com orifício circular da antepara 0 (cima) e excluindo o mesmo (baixo)

Por observação da figura 3.5-5 verifica-se que a pressão hidrostática aplicada na superfície exterior do casco tem uma contribuição dominante para os deslocamentos obtidos, por contraste com a influência da força de impulso dos jactos (figura 3.5-6). A deformação determinada na superfície-base do compartimento dos motores, provocada pela aplicação da pressão hidrostática, tem um valor máximo de 1,4 mm, enquanto o deslocamento provocado apenas pela força de impulso dos jactos não ultrapassa os 0,1 mm (figura 3.5-6).

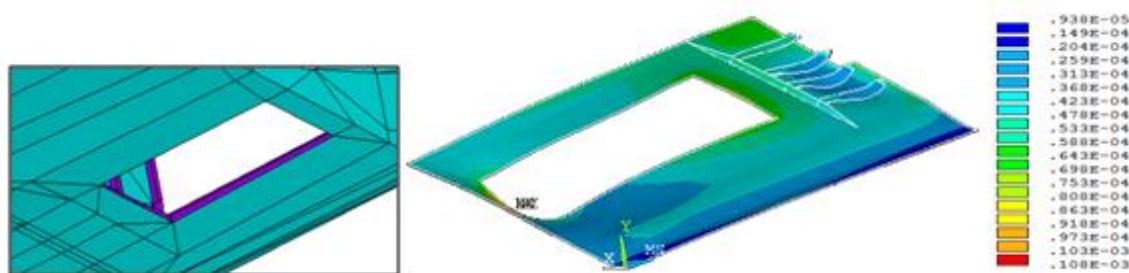


Figura 3.5-6 - Deslocamentos [m], na zona de apoio dos jactos (esquerda) devidos, apenas, à força de impulso dos mesmos (direita)

Para além do referido, convém ressaltar que a deformação máxima (1,9 mm) obtida na chapa da antepara nº 0 (figura 3.5-5), determinada na zona adjacente ao orifício circular existente na mesma e que é provocada pela aplicação da pressão hidrostática externa, será com certeza inferior na estrutura real. De facto, depois de instalados, os jactos irão ocupar o orifício anteriormente referido e serão ligados à estrutura da antepara nº 0, através de flanges, à chapa, contribuindo para aumentar a rigidez estrutural local da antepara 0 (zero) e diminuir o valor do deslocamento calculado por via numérica. De igual modo, a tensão máxima de *von Mises* induzida na zona do compartimento dos jactos pela aplicação do carregamento em questão (figura 3.5-7), é da ordem dos 14 MPa, sendo este, um valor bastante admissível de tensão para esta estrutura.

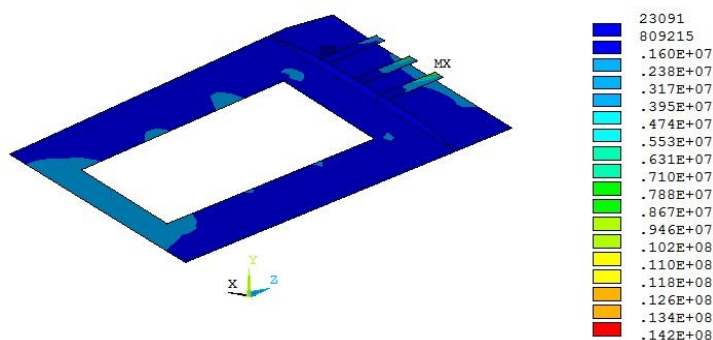


Figura 3.5-7 - Tensões de *von Mises* [Pa] devido apenas à Força de Impulso dos Jactos

Uma análise global e local das anteparas, existentes nesta zona da lancha, permite ter uma melhor percepção das deformações e tensões induzidas nas mesmas. As figuras 3.5-8 a 3.5-10 mostram os deslocamentos nas anteparas nºs 0 (zero), 3 e 7, respectivamente. Por observação destas figuras, verifica-se que, excepção feita à antepara 0, anteriormente analisada, o deslocamento máximo não ultrapassou os 0,27 mm, verificado na antepara 7, e que os deslocamentos mais significativos estão sempre localizados junto aos orifícios das anteparas, em zonas sem material.

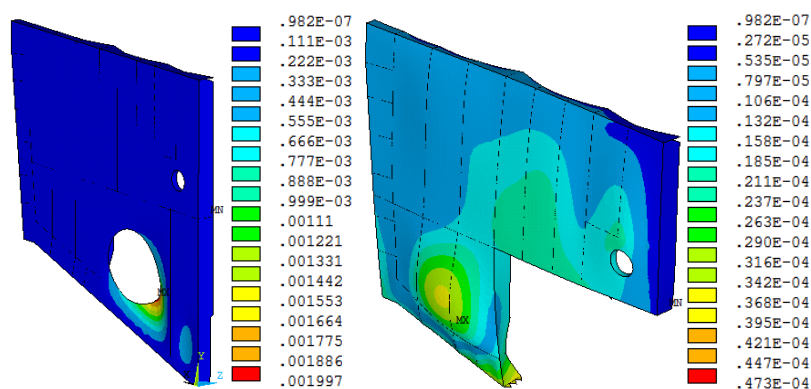


Figura 3.5-8 - Deslocamento [m] da Antepara 0 (zero) devido à Pressão Hidrostática e Impulso dos Jactos com orifício circular (esquerda) e excluindo o mesmo (direita)

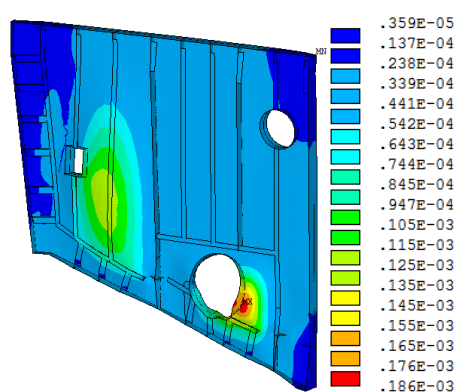


Figura 3.5-9 - Deslocamento [m] da Antepara 3 devido à Pressão Hidrostática e Impulso dos Jactos

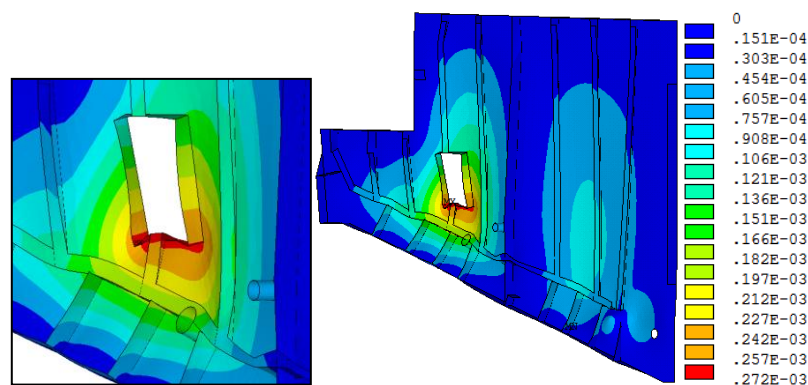


Figura 3.5-10 - Deslocamento [m] da Antepara 7 devido à Pressão Hidrostática e Impulso dos Jactos

As tensões de *von Mises*, induzidas na estrutura pelos carregamentos de pressão hidrostática externa e impulso dos jactos, são mostradas na figura 3.5-11.



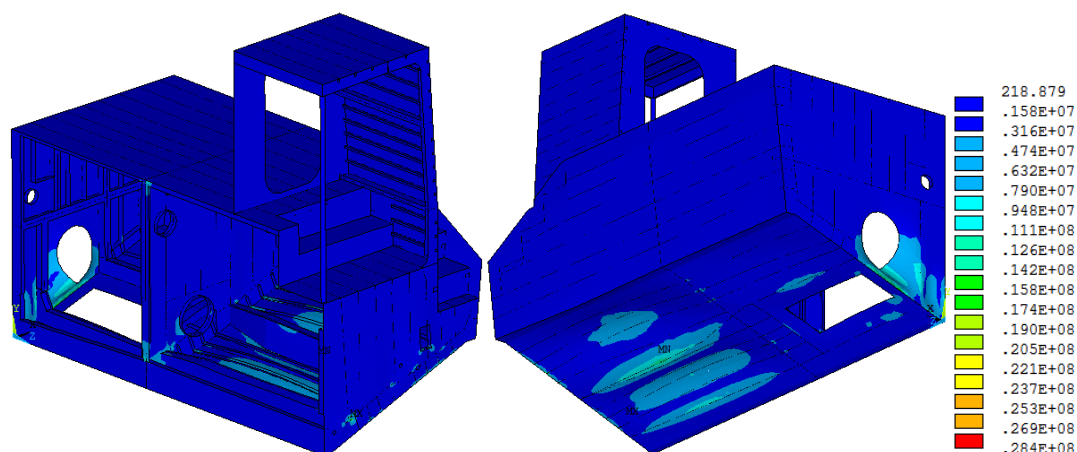


Figura 3.5-11 - Tensões de *von Mises* [Pa] na popa devido à Pressão Hidrostática e ao Impulso dos Jactos

Verifica-se que as tensões de *von Mises* na estrutura da popa são de baixo valor, homogêneas ao longo de todo o costado e convés, e que existe um ponto de concentração de tensões localizado na ligação do perfil de reforço, em T, interno do casco com a chapa da antepara 7, tendo este o valor de 28 MPa (figura 3.5-14). Nas restantes zonas mais solicitadas os valores de tensão mais elevados, obtidos nas ligações dos perfis das anteparas aos reforços do casco, são da ordem dos 9 MPa na antepara 0 (figura 3.5-12) 24,6 MPa na antepara 3 (figura 3.5-13) e 23,4 MPa na antepara 7 (figura 3.5-14).

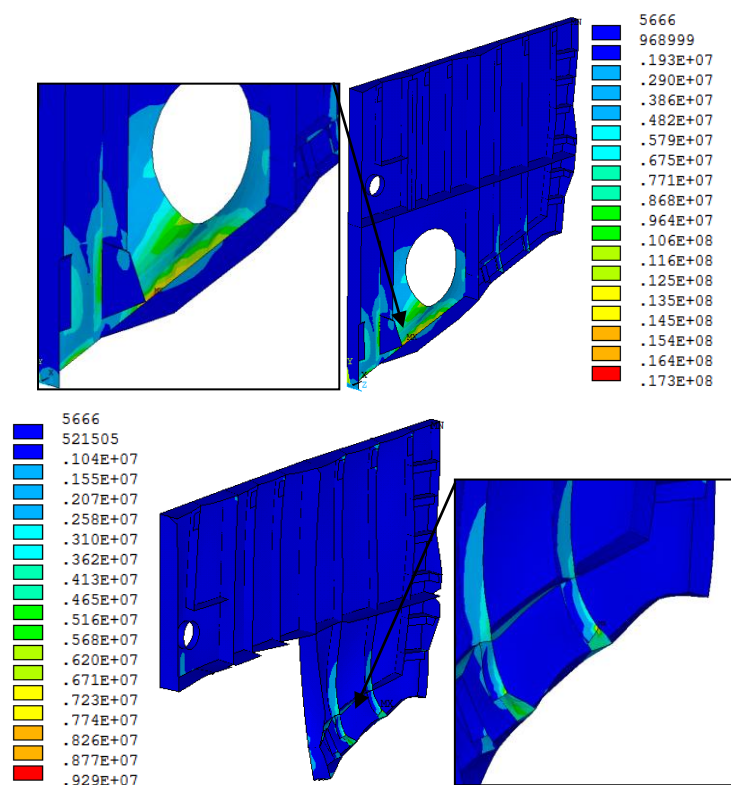


Figura 3.5-12 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Antepara 0 (zero) devido à Pressão Hidrostática e ao Impulso dos Jactos com orifício circular (cima) e excluindo o mesmo (baixo)



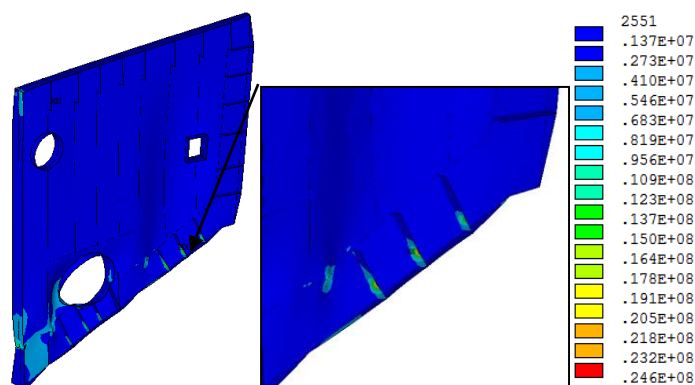


Figura 3.5-13 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Antepara 3 devido à Pressão Hidrostática e ao Impulso dos Jactos

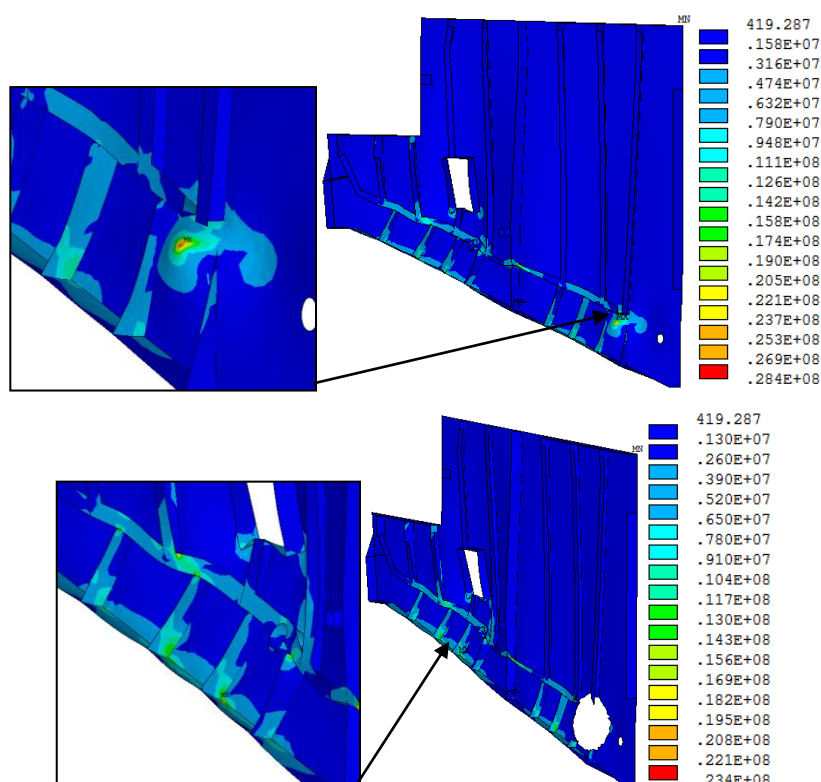


Figura 3.5-14 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Antepara 7 devido à Pressão Hidrostática e ao Impulso dos Jactos (cima) e mesma secção, excluindo ponto de concentração de tensão (baixo)

Tal como visto no caso do compartimento dos jactos, o compartimento estanque dos motores também foi sujeito à simulação de uma hipotética situação de alagamento, a fim de averiguar o comportamento da estrutura adjacente. A pressão hidrostática exterior, induzida pela água do mar, será aplicada neste caso, à semelhança da análise anterior, em sobreposição à pressão do alagamento. Neste caso, a parede do costado e das anteparas serão sujeitas a uma pressão hidrostática perpendicular às superfícies. A figura 3.5-15 ilustra o alagamento do compartimento em questão.

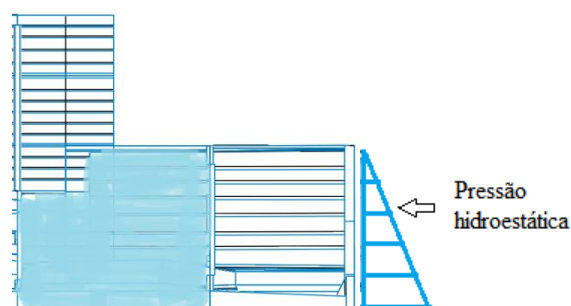


Figura 3.5-15 - Ilustração do Hipotético Alagamento do Compartimento Estanque dos Motores

A pressão de carregamento, devida ao alagamento do compartimento, é mostrada na figura 3.5-43, em função da altura da coluna de água. A pressão máxima, ao nível da quilha ( $h = 0$ , devido à posição do referencial global), é dada pela equação [3.5.3].

$$P_{max} = \rho \times h_{max} \times g = 1\,025 \times 2,07 \times 9,81 = 20\,814,37\,Pa \quad [3.5.3]$$

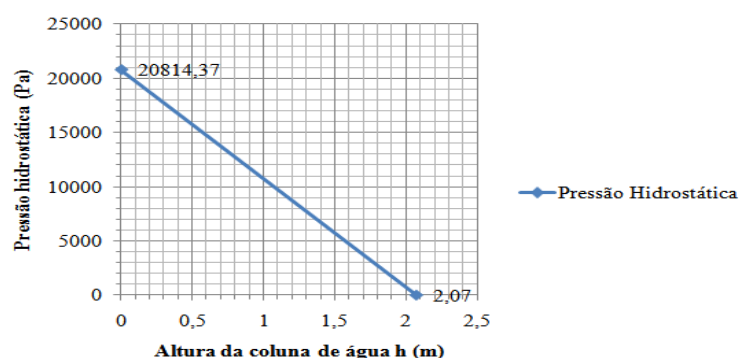


Figura 3.5-16 - Gráfico de Pressão Hidrostática devido ao Alagamento do Compartimento dos Motores

O resultado dos deslocamentos (figuras 3.5-17 a 3.5-19) induzidos por este carregamento, foram obtidos, através do ANSYS®, para uma análise de tipo não linear, quer ao nível das tensões locais induzidas na estrutura (superiores à tensão de cedência do material) quer tendo em consideração a existência de grandes deformadas induzidas na estrutura.

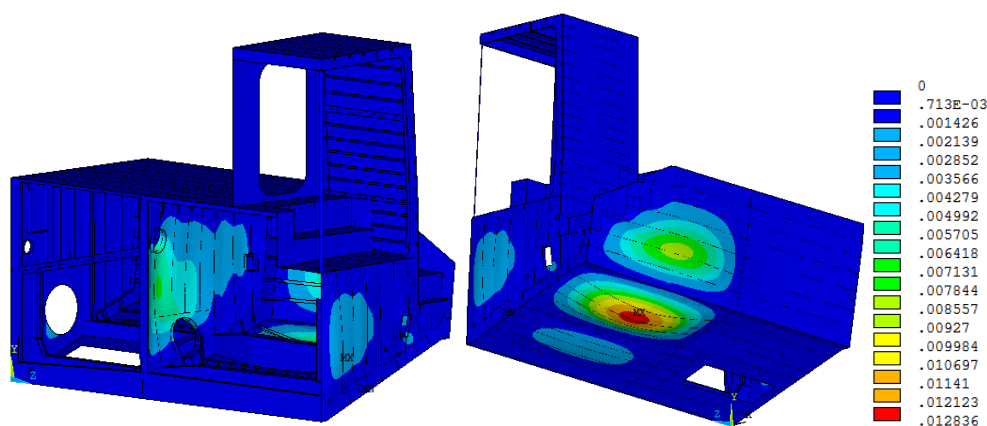
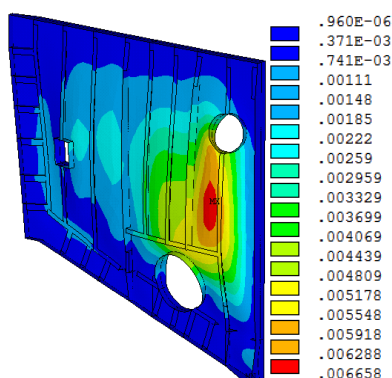
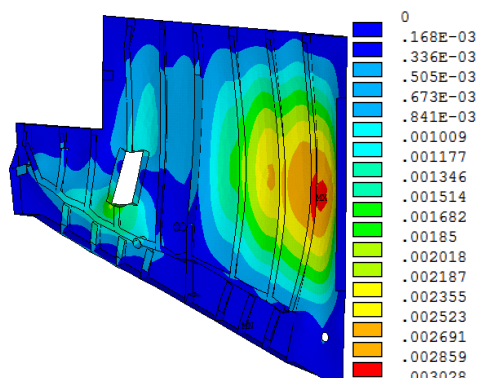


Figura 3.5-17 - Deslocamentos [m] devidos ao Alagamento do Compartimento dos Motores



**Figura 3.5-18 - Deslocamentos [m] na Antepara 3  
Devido ao Alagamento do Compartimento dos  
Motores**



**Figura 3.5-19 - Deslocamentos [m] na Antepara 7  
Devido ao Alagamento do Compartimento dos  
Motores**

Os deslocamentos devidos ao hipotético alagamento do compartimento dos motores são máximos na zona superior do forro do compartimento, com um valor de 12,8 mm (figura 3.5-17). Este valor encontra justificação no facto de esta zona ter uma distância entre anteparas superior (1 800 mm) ao que é normal nos restantes compartimentos (600 mm). Esta característica geométrica cria um vão muito grande e, conseqüentemente, uma flecha muito grande nos perfis de reforço e da chapa do casco. Mais ainda, não existe nesta zona qualquer tipo de reforço transversal, sendo somente reforçada longitudinalmente. Na chapa do casco, mais próxima da quilha do compartimento, o valor dos deslocamentos diminuem substancialmente (de 12,8 mm para 2,8 mm), uma vez que o material nesta área tem uma espessura superior (mais 3 mm) à da área adjacente. Também esta chapa do casco possui um reforço longitudinal em T que aumenta bastante a rigidez da estrutura. Numa análise em pormenor às anteparas nºs 3 e 7 verifica-se que os deslocamentos diminuem para 6,6 mm, na antepara 3 (figura 3.5-18), e 3 mm, na antepara 7 (figura 3.5-19). A diferença entre os valores dos deslocamentos das duas anteparas é principalmente justificada pela reduzida área da antepara 7, em relação à antepara 3 e pelo facto de não possuir a abertura circular existente na antepara 3 o que torna a antepara 3 menos rígida e por sua vez com deslocamentos maiores.

As tensões de *von Mises* na estrutura da popa, para a zona analisada, são mostradas na figura 3.5-20; 21; 22.

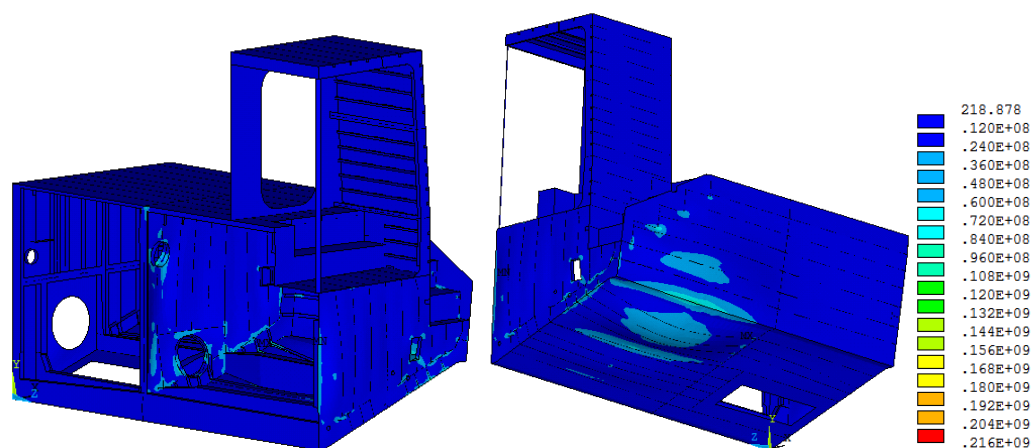


Figura 3.5-20 - Tensões de *von Mises* [Pa] na popa devido ao Alagamento do Compartimento dos Motores

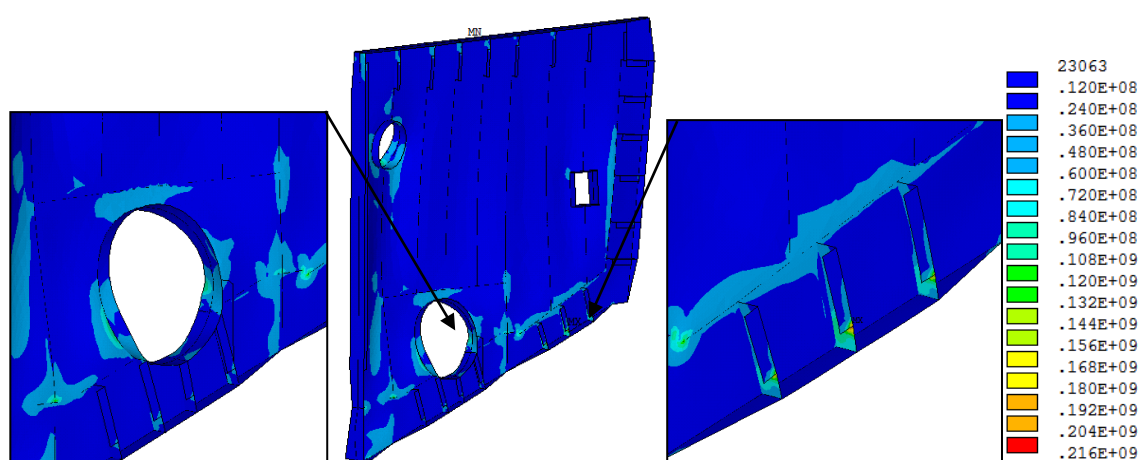


Figura 3.5-21 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Antepara 3 devido ao Alagamento do Compartimento dos Motores

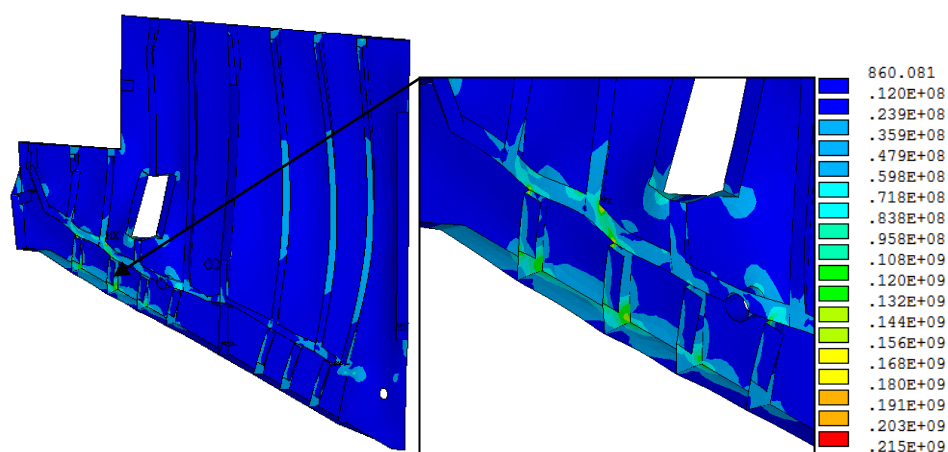


Figura 3.5-22 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Antepara 7 devido ao Alagamento do Compartimento dos Motores

Numa primeira análise, a figura 3.5-20 mostra que a tensão máxima é de 216 MPa, obtida na antepara 3 (figura 3.5-21), e de 215 MPa na antepara 7 (figura 3.5-22). Na antepara 3 as elevadas tensões encontram-se na ligação dos reforços das anteparas com os perfis de reforço do casco e na antepara 7 as maiores tensões surgem nas ligações entre os reforços da antepara. Uma vez que os perfis têm uma tensão de cedência de 300 MPa e as

tensões máximas são 78% desta, foi possível afirmar que é uma situação admissível, do ponto de vista estático.

Nas duas situações analisadas, as tensões observadas podem não corresponder à realidade, uma vez que, como descrito anteriormente, a modelação pode ter originado vértices e arestas que criem os pontos de concentração verificados. Na realidade da lancha, estas questões foram contabilizadas e a construção da mesma foi feita evitando situações geométricas deste género através da criação de arestas suaves e ângulos pouco acentuados entre superfícies. Numa visão mais alargada, verifica-se que as tensões de *von Mises* que predominam na estrutura, não considerando os detalhes de concentração de tensões, tais como aberturas, intersecções e ligações entre perfis e chapas, são da ordem dos 75 MPa, os quais foram obtidos nos reforços longitudinais das anteparas (figuras 3.5-21 e 3.5-22).

Utilizando a função de carregamento, ilustrada na figura 3.5-16, para o compartimento estanque dos jactos (figura 3.5-23), foi possível simular o hipotético alagamento do compartimento estanque dos jactos. A pressão hidrostática exterior, induzida pela água do mar, será aplicada no casco, à semelhança das duas análises anteriores, em sobreposição à pressão do alagamento. Uma vez que a geometria deste compartimento é relativamente igual à do compartimento adjacente (compartimento dos motores), a altura da coluna de água será sensivelmente a mesma, e consequentemente, a pressão máxima,  $P_{max}$ , a que esta estrutura estará sujeita, devido ao alagamento, será igual a 20 814,37 Pa.

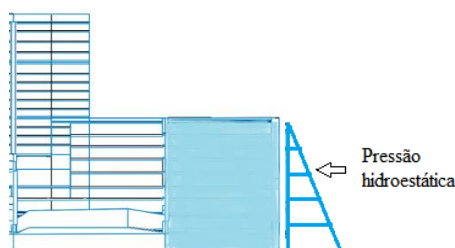


Figura 3.5-23 - Ilustração do Hipotético Alagamento do Compartimento Estanque dos Jactos

Os deslocamentos provocados pela pressão hidrostática criada pelo hipotético alagamento do compartimento estanque dos jactos são mostrados na figura 3.5-24.



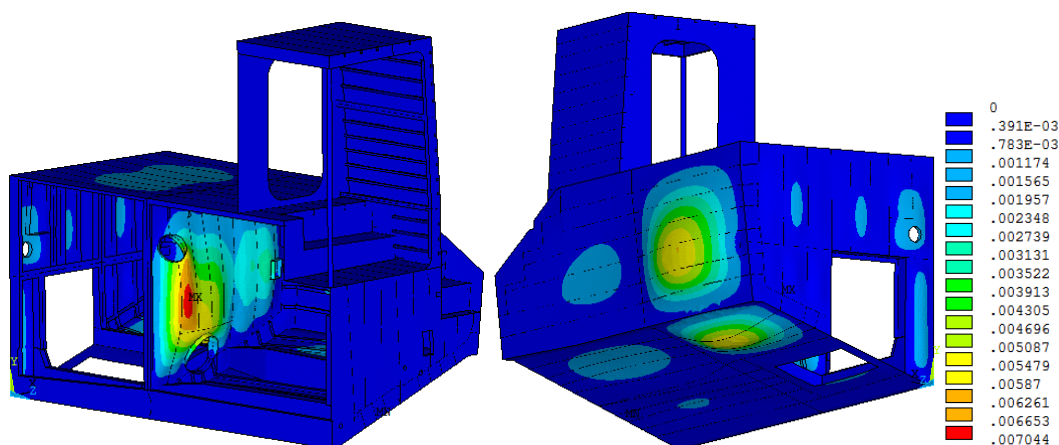


Figura 3.5-24 - Deslocamentos [m] devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos

A observação da figura 3.5-24 revela que os deslocamentos mais acentuados foram obtidos na antepara 3, com um valor que ronda os 7 mm. Este valor é muito próximo, embora ligeiramente maior, do obtido, para a mesma zona, aquando o estudo do alagamento do compartimento dos motores, como esperado. Os deslocamentos das anteparas 0 (zero) e 3 são mostrados nas figuras 3.5-25 e 3.5-26, respectivamente.

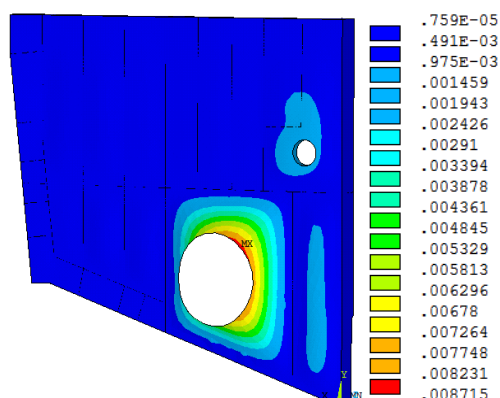


Figura 3.5-25 - Deslocamentos [m] na Antepara 0 (zero) devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos

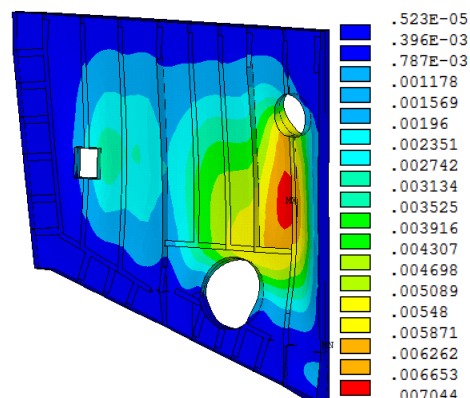


Figura 3.5-26 - Deslocamentos [m] na Antepara 3 devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos

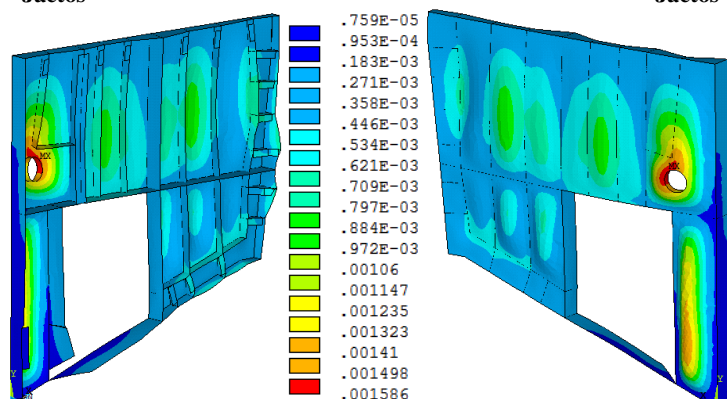


Figura 3.5-27 - Deslocamentos [m] na Antepara 0 (zero) devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos, excluído orifício dos Jactos

Como referido anteriormente, aquando o estudo da influência da pressão hidrostática da água do mar na antepara 0 (zero) a deformação máxima (8,7 mm) obtida na chapa do compartimento dos jactos (figura 3.5-25), determinada na chapa adjacente ao orifício circular existente na antepara 0 (zero) que é provocada pela aplicação da pressão hidrostática, será com certeza inferior na estrutura real. Depois de instalados, os jactos irão ocupar o orifício anteriormente referido e serão ligados à estrutura da antepara 0 através de flanges à chapa, contribuindo para aumentar a rigidez estrutural local da antepara 0 (zero). Excluindo a zona referida, a figura 3.5-27 mostra que o deslocamento, induzida pelo alagamento do compartimento na antepara 0, é 1,6 mm, junto ao orifício circular menor.

As tensões de *von Mises* (figuras 3.5-28; 29; 30) induzidas por este carregamento foram calculadas com o auxílio do programa ANSYS®, para uma análise de tipo não linear, quer ao nível das tensões locais induzidas na estrutura, quer tendo em consideração a existência de grandes deformadas induzidas na estrutura.

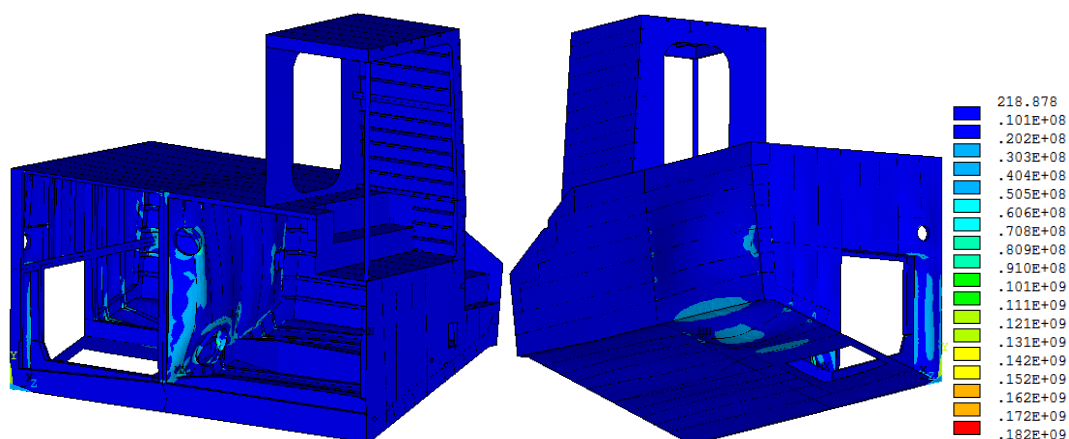


Figura 3.5-28 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Ré devido ao Alagamento do Compartimentos dos Jactos

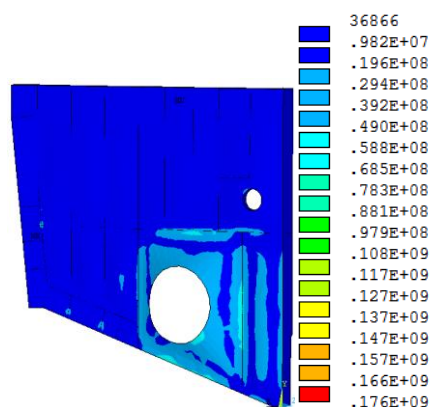


Figura 3.5-29 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Antepara 0 (zero) devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos

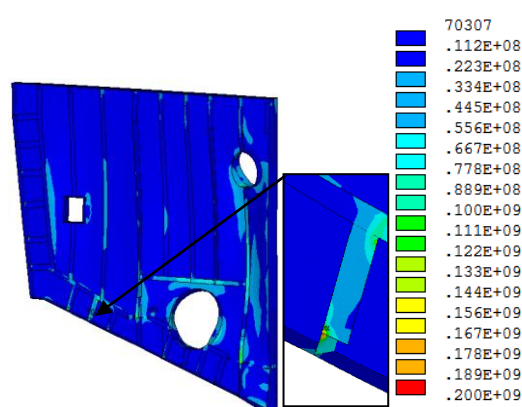


Figura 3.5-30 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Antepara 3 devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos

A figura 3.5-31 mostra as tensões de *von Mises* induzidas pelo alagamento do compartimento dos jactos na antepara 0 (zero), excluindo a área onde se encontra o orifício de instalação dos jactos.

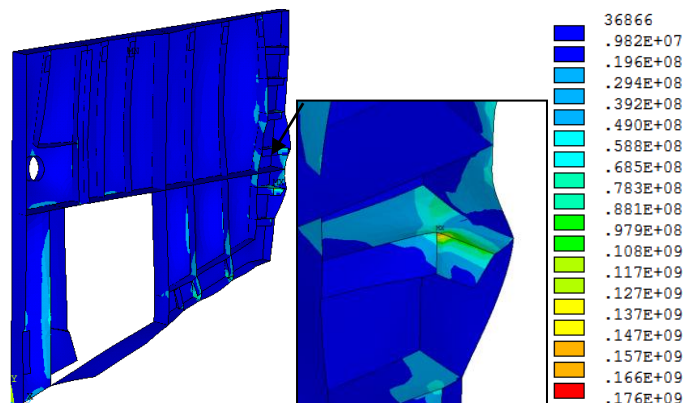


Figura 3.5-31 - Tensões de *von Mises* [Pa] na Antepara 0 (zero) devido ao Alagamento do Compartimento dos Jactos, excluindo o orifício dos Jactos

As elevadas tensões locais, localizadas na antepara n°s 0 (zero) e 3, na ligação dos reforços das anteparas com os perfis de reforço do casco (figura 3.5-29 e 3.5-30) devem-se a questões relacionadas com a modelação, não sendo por isso válido extrapolá-las para a realidade da lancha. Excluindo os pontos de concentração de tensões originados pelas aberturas e pelas ligações entre perfis de reforço, os valores de tensão predominantes nas anteparas são da ordem dos 20 MPa, para a antepara 0 (zero) (figura 3.5-29), e 22 MPa, para a antepara 3 (figura 3.5-30). Uma vez que a tensão de cedência do material que constitui esta zona é de 130 MPa, para a liga de alumínio 5083-H111, não se verificam questões de plastificação na chapa das anteparas/casco.



### 3.5.2. Análise dinâmica

Tal como analisado na proa, com o auxílio do programa ANSYS®, determinaram-se os modos e frequências de vibração da popa. A figura 3.5-32 mostra os primeiros três modos de vibração e a tabela 3.5-1 indica quais as frequências associadas aos modos de vibração indicados.

A figura 3.5-32 mostra que o primeiro e segundo modo de vibração incidem directamente sobre o casco e costado da lancha, enquanto o terceiro modo deforma a antepara 3. Uma vez que a frequência natural de vibração da estrutura da popa é de 44,36 Hz, encontramos-nos longe da situação de ressonância, pois a frequência de impacto do carregamento de *slamming*, como visto anteriormente no capítulo 1.3, é de 0,50 Hz.

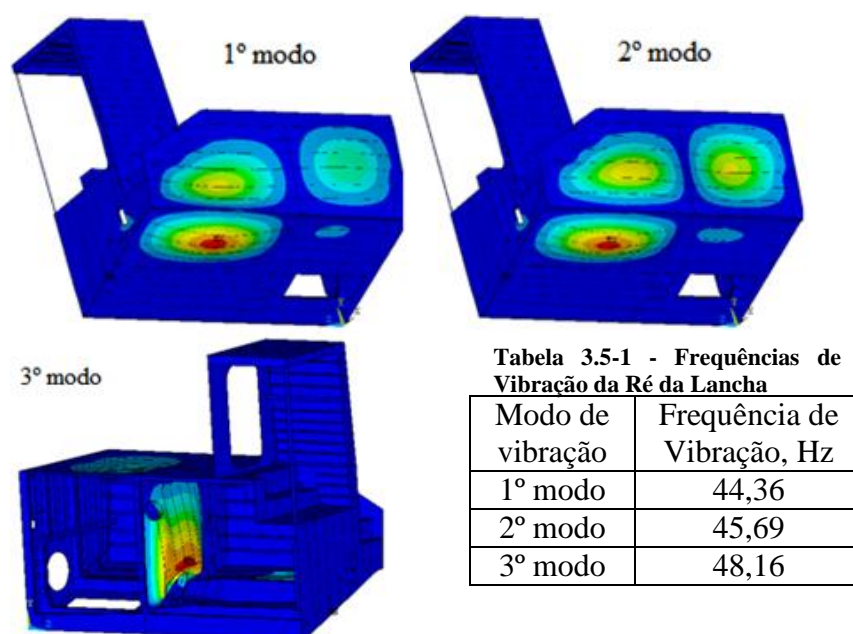


Figura 3.5-32 - Modos de Vibração da Ré da Lancha

### 3.6. Resumo de resultados

Nesta secção faz-se uma síntese dos resultados obtidos nas análises efectuadas anteriormente, de modo a tornar mais fácil a sua comparação. Os resultados estão apresentados nas tabelas 3.6-1 e 3.6-2.

Tabela 3.6-1 - Resumo dos valores mais representativos, obtidos na Análise Estática da Lancha

Tipo de Análise	Zona de Análise	Carregamentos impostos	Deslocamento máximo (mm)	Tensão de <i>von Mises</i> (MPa)
Estática	Proa	Hidrostático e <i>Slamming</i>	9,97	14
		Alagamento Compartimento da Proa	5,68	20
	Popa	Hidrostático e Impulso dos Jactos	0,11	14
		Alagamento do Compartimento dos Motores	12,80	60
		Alagamento do Compartimento dos Jactos	7	50

Tabela 3.6-2 - Resumo dos valores obtidos na Análise Dinâmica da Lancha

Tipo de Análise	Zona de Análise	Fenómeno analisado	Frequências obtidas (Hz)	Outros Resultados
Dinâmica	Proa	Frequências de Vibração	68,49 - 78,17	-
		Resposta da Proa na Frequência 25-80 Hz	-	<b>Deslocamento máximo:</b> 1,14 mm (78 Hz)
	Popa	Frequências de vibração	44,36 - 45,69 - 48,16	-

#### 4. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Embora tenham sido já feitas algumas considerações sobre o estudo da lancha ao longo de todo o trabalho, optou-se por coligir conclusões principais no presente capítulo.

- A solicitação da proa por forças de impulsão devido à pressão hidrostática não revela deformações significativas a nível, quer do casco, quer das anteparas sendo as tensões induzidas da ordem dos 7,1 MPa e deslocamentos da ordem dos 6,6 mm. Por outro lado, o efeito de *slamming* provoca deslocamentos da ordem dos 10 mm e tensões com um valor de 31,5 MPa. Os valores de tensão observados nesta estrutura são cerca de 94% e 75% inferiores, no caso da pressão hidrostática e pressão de *slamming*, respectivamente, aos valores limites de cedência da liga de alumínio 5083-H111 (130 MPa).
- A situação de hipotético alagamento do compartimento estanque da proa revela que os deslocamentos são maiores a nível das anteparas 17 e 20, nomeadamente da ordem dos 5,7 mm e 3,7 mm, respectivamente. As tensões de *von Mises* induzidas por este carregamento rondam os 20 MPa no geral, embora surjam pontos de concentração de tensão na ligação entre os perfis de reforço em T do casco com os reforços das anteparas, com origem em questões de modelação imprecisa, que revela valores superiores. Assim, considera-se que este facto não corresponderá à realidade da lancha, uma vez que as ligações, entre perfis de reforço e entre chapas das anteparas e perfis de reforço, são feitas com um raio de curvatura elevado que alivia as concentrações de tensões verificadas, e por conseguinte, terá de ser analisado em detalhe em trabalhos futuros. As restantes tensões verificadas revelam-se 84% abaixo da tensão limite de cedência da liga de alumínio 5083-H111 (130 MPa).
- Os valores mais baixos de frequências de vibração da proa são bastante elevados (68,49 Hz), comparativamente ao valor de frequência de encontro da lancha com as ondas (0,50 Hz), o que inviabiliza situações de ressonância da mesma quando solicitada pela pressão de *slamming*. Os modos de vibração revelam maiores deslocamentos na antepara 17, com valores máximos que rondam os 0,58 m no segundo modo.
- Na zona de popa, a pressão hidrostática da água do mar induz deslocamentos pouco significativos (na ordem dos 1,4 mm) no forro do compartimento dos motores e as

forças de impulsão dos jactos verificam-se ainda menores, não indo além de 0,1 mm. As tensões criadas por este conjunto de carregamentos são da ordem dos 12 MPa, devido à pressão hidrostática, e 4 MPa, devido ao impulso dos jactos. Ambos os valores são muito reduzidos, representando 9,3% e 3% da tensão de cedência da liga de alumínio 5083-H111 (130 MPa).

- O caso de hipotético alagamento do compartimento dos motores, revela que as deformações induzidas pelas forças hidrostáticas, se concentram mais no casco, numa zona de maior vão, originando, assim, uma flecha de 12,8 mm. Por outro lado, quando simulado o alagamento do compartimento dos jactos, este revela-se mais flexível a nível da antepara 3, com deslocamentos na ordem dos 7 mm. As tensões criadas por estas duas situações são semelhantes e rondam os 84 MPa e os 50 MPa para o caso do alagamento do compartimento dos motores e dos jactos, respectivamente. Existem, tal como no caso do alagamento do compartimento da proa, compreendido entre as anteparas nºs 17 e 20, pontos de concentração de tensões, que, mais uma vez, devem-se a questões de modelação de detalhes estruturais.
- As frequências de vibração na popa (44,36 Hz para a 1ª frequência natural), analogamente à situação da proa, encontram-se muito acima das frequências de encontro das ondas (0,50 Hz), eliminando assim a possibilidade de ressonância desta estrutura por efeito de *slamming*.

A embarcação encontra-se, de um modo geral, sobredimensionada do ponto de vista estático, uma vez que não se obtiveram, na generalidade, valores de tensão induzidos na estrutura superiores a 50% da tensão limite de cedência do material. É portanto nos detalhes de construção que se encontram os pontos mais críticos da estrutura, locais onde as tensões revelaram mais elevadas.

Devido ao projecto de construção da lancha, que recorre à utilização intensida de reforços estruturais, a rigidez estrutural da lancha é muito elevada, e por conseguinte, as suas frequências naturais apresentam valores muito superiores às frequências de excitação causadas pela ocorrência de *slamming*. Neste tipo de embarcações são por vezes os equipamentos (motores e jactos) que podem originar vibrações mais elevadas, comprometendo a estabilidade estrutural das embarcações ou causando elevado desconforto na guarnição. No caso em concreto, as frequências de excitação são

provocadas pela maquinaria, e não pelo mar, estão muito afastadas das frequências naturais determinadas.

## DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Sugere-se que as questões abordadas neste trabalho possam ser alvo de futuras reflexões por possíveis interessados, experientes na matéria, e que possibilitem um mais aprofundado conhecimento sobre o trabalho realizado.

Em suma, refere-se apenas que os objectivos inicialmente delineados foram alcançados, tendo este sido, um trabalho, bem sucedido. Resta referir alguns temas de interesse para futuros desenvolvimentos.

- Estudo da Resposta do modelo inteiro da lancha quando sujeita a um carregamento transiente, a nível de todo o casco, simulando uma situação de *Slamming*.
- Análise do modelo completo da lancha quando sujeito a um espectro de carga real obtido em serviço.
- Análise e validação dos resultados de tensões mais elevadas por análise substruturada (*substructuring*) ou outra, com proposta de alternativas/soluções estruturais para relaxamento de tensões,
- Análise e validação dos resultados de tensões mais elevadas por análise substruturada (*substructuring*) ou outra, com análise de fadiga para os *hotspots*.



## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### BIBLIOGRAFIA (LIVROS E TESES)

- [1] CATARINO, Pedro; 2009; *Estudo sobre o comportamento mecânico e estrutural das Anteparas n.ºs 3 e 17 dos salva-vidas da Class Vigilante*; Tese de Mestrado; Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova Lisboa; Lisboa.
- [2] MATOS, J., SILVA, P., MARTINS, R. F., MATEUS, A.R.; 2009; *Influência dos defeitos de produção na resistência estrutural de painéis reforçados de lanchas de alumínio*; Encontro Nacional de Engenharia Naval'09 - O Transporte Marítimo e Fluvial de Passageiros; Ordem dos Engenheiros - Colégio de Engenharia Naval; Lisboa.
- [7] MARTINS, Natacha; 2008; *Soldadura de Ligas de Alumínio de Construção Naval*; Tese de Mestrado; Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova Lisboa; Lisboa.
- [8] EYRES, D.J.; 2001; *Ship Construction*; 5th Edition; Butterworth Heinemann; Oxford.
- [11] SOARES, Carlos A. Mota; 1982; *Teorias e análise de placas – Métodos analíticos e aproximados*; Relatório CEMUL M1.82.01; Departamento de Engenharia Mecânica; Instituto Superior Técnico; Lisboa
- [12] SZILARD, Rudolph; 1974; *Theory and Analysis of Plates – Classical and Numerical Methods*; Prentice-Hall INC; New Jersey.
- [13] FONTOURA, Denilson Silva; 2006; *Uso de modelos numéricos e medições em problemas de vibração excessiva*; Engenharia Naval e Oceânica; Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro; Brasil.
- [14] AZEVEDO, Álvaro F. M; 2003; *Método dos Elementos Finitos*; Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto; Porto.
- [16] HERMUNDSTAD, Ole A.; MOAN, Torgeir; 2007; *Efficient calculations of slamming pressures on ships in irregular seas*; Journal of Marine Science and Technology; Springer; Norway.

[17] SILVA, Paulo P; PEREIRA, Carlos A; MATEUS, António F; 2004; *Performance Enhancement of Structural Details in Aluminium Crafts*, PRADS2004 9th International Symposium on Practical Design of Ships and Other Floating Structures; Lübeck-Travemünde; Germany.

[23] PEREZ, Tristan; 2005; *Ship Motion Control: Cruise Keeping and Roll Stabilization using rudder and fins*; Springer.

#### SITOGRAFIA

[4] [www.revistademarinha.com](http://www.revistademarinha.com) (22-10-2010)

[5] [www.scania.pt](http://www.scania.pt) (22-10-2010)

[10] [www.infomet.com.br/aluminio.php](http://www.infomet.com.br/aluminio.php) (15-11-2010)

[19] [www.meteo.pt/pt/maritima/mar3g](http://www.meteo.pt/pt/maritima/mar3g) (15-09-2010)

[21] [www.matweb.com](http://www.matweb.com) (23-10-2010)

[24] [www.deaco.com](http://www.deaco.com) (23-10-2010)

#### OUTRAS PUBLICAÇÕES CONSULTADAS

[3] DNV *Rules for High Speed, Light Craft and Naval Surface Craft*; 2009, Pt3 Ch.1 Sec. 3

[6] Hydro Aluminium Vekst; 2002; *Aluminium in the Marine Environment*; 1st Edition, Norway.

[9] Escola Naval; 2008; *Jornadas do Mar*; Actas do Colóquio - O Oceano, Riqueza da Humanidade, Lisboa.

[15] Royal Institution of Naval Architects; 2008; *The Naval Architect*; September.

[18] Lloyd's Register of Shipping; 1996; *Rules and Regulations for the Classification of Special Service Craft*.

[20] J.M.J. Journée and Jakob Pinkster; 2002; *Introduction in Ship Hydromechanics*, Lecture MT519; Draft Edition; Delft University of Technology, Nederland.

[22] COSMOSWorks; 2008; *Online User's Guide*.



## **ANEXOS**



## Anexo 1 – Ligas de alumínio [21]

## 1a – Liga de Alumínio 5083-H112

Physical Properties	Metric	English
Density	2.66 g/cc	0.0961 lb/in <sup>3</sup>
Mechanical Properties	Metric	English
Hardness, Brinell	81	81
Hardness, Knoop	104	104
Hardness, Rockwell B	50	50
Hardness, Vickers	91	91
Tensile Strength, Ultimate	300 MPa	43500 psi
Tensile Strength, Yield	190 MPa	27600 psi
Elongation at Break	16.0 % @Thickness 1.60 mm	16.0 % @Thickness 0.0630 in
Modulus of Elasticity	70.3 GPa	10200 ksi
Compressive Modulus	71.7 GPa	10400 ksi
Poissons Ratio	0.330	0.330
Shear Modulus	26.4 GPa	3830 ksi
Shear Strength	180 MPa	26100 psi
Electrical Properties	Metric	English
Electrical Resistivity	0.00000590 ohm-cm	0.00000590 ohm-cm
Thermal Properties	Metric	English
CTE, linear $\alpha$	23.8 $\mu\text{m/m}^\circ\text{C}$ @Temperature 20.0 - 100 $^\circ\text{C}$	13.2 $\mu\text{in/in}^\circ\text{F}$ @Temperature 68.0 - 212 $^\circ\text{F}$
	26.0 $\mu\text{m/m}^\circ\text{C}$ @Temperature 20.0 - 300 $^\circ\text{C}$	14.4 $\mu\text{in/in}^\circ\text{F}$ @Temperature 68.0 - 572 $^\circ\text{F}$
Specific Heat Capacity	0.900 J/g- $^\circ\text{C}$	0.215 BTU/lb- $^\circ\text{F}$
Thermal Conductivity	117 W/m-K	812 BTU-in/hr-ft <sup>2</sup> - $^\circ\text{F}$
Melting Point	590.6 - 638 $^\circ\text{C}$	1095 - 1180 $^\circ\text{F}$
Solidus	590.6 $^\circ\text{C}$	1095 $^\circ\text{F}$
Liquidus	638 $^\circ\text{C}$	1180 $^\circ\text{F}$
Processing Properties	Metric	English
Annealing Temperature	413 $^\circ\text{C}$	775 $^\circ\text{F}$
Hot-Working Temperature	316 - 482 $^\circ\text{C}$	600 - 900 $^\circ\text{F}$
Component Elements Properties	Metric	English
Aluminum, Al	92.4 - 95.6 %	92.4 - 95.6 %
Chromium, Cr	0.050 - 0.25 %	0.050 - 0.25 %
Copper, Cu	<= 0.10 %	<= 0.10 %
Iron, Fe	<= 0.40 %	<= 0.40 %
Magnesium, Mg	4.0 - 4.90 %	4.0 - 4.90 %
Manganese, Mn	0.40 - 1.0 %	0.40 - 1.0 %
Other, each	<= 0.050 %	<= 0.050 %
Other, total	<= 0.15 %	<= 0.15 %
Silicon, Si	<= 0.40 %	<= 0.40 %
Titanium, Ti	<= 0.15 %	<= 0.15 %
Zinc, Zn	<= 0.25 %	<= 0.25 %

## 1b – Liga de Alumínio 6083-T6

<b>Physical Properties</b>	<b>Metric</b>	<b>English</b>
Density	2.70 g/cc	0.0975 lb/in <sup>3</sup>
<b>Mechanical Properties</b>	<b>Metric</b>	<b>English</b>
Hardness, Vickers	95	95
Tensile Strength, Ultimate	290 MPa	42100 psi
	310 MPa	45000 psi
Tensile Strength, Yield	250 MPa	36300 psi
	260 MPa	37700 psi
Elongation at Break	10.0 %	10.0 %
<b>Thermal Properties</b>	<b>Metric</b>	<b>English</b>
Thermal Conductivity	170 W/m-K	1180 BTU-in/hr-ft <sup>2</sup> -°F
<b>Component Elements Properties</b>	<b>Metric</b>	<b>English</b>
Aluminum, Al	95.2 - 98.3 %	95.2 - 98.3 %
Chromium, Cr	<= 0.25 %	<= 0.25 %
Copper, Cu	<= 0.10 %	<= 0.10 %
Iron, Fe	<= 0.50 %	<= 0.50 %
Magnesium, Mg	0.60 - 1.20 %	0.60 - 1.20 %
Manganese, Mn	0.40 - 1.0 %	0.40 - 1.0 %
Other, each	<= 0.050 %	<= 0.050 %
Other, total	<= 0.15 %	<= 0.15 %
Silicon, Si	0.70 - 1.30 %	0.70 - 1.30 %
Titanium, Ti	<= 0.10 %	<= 0.10 %
Zinc, Zn	<= 0.20 %	<= 0.20 %

**Anexo 2 – Frequências de encontro**

Frequências de encontro para velocidades de navegação entre 1 e 15 m/s e ângulo de encontro entre 0 rad e  $\pi$  rad (0° e 180°).

		Velocidade da Lancha (nós)														
		1,95	3,89	5,84	7,78	9,73	11,67	13,62	15,56	17,51	19,46	21,40	23,35	25,29	27,24	29,18
Ângulo de Encontro (°)	0	1,009	0,876	0,743	0,610	0,477	0,344	0,211	0,078	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	1	1,009	0,876	0,743	0,610	0,477	0,344	0,212	0,079	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	2	1,009	0,876	0,743	0,611	0,478	0,345	0,212	0,079	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	3	1,009	0,876	0,744	0,611	0,478	0,345	0,213	0,080	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4	1,009	0,877	0,744	0,612	0,479	0,346	0,214	0,081	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	5	1,010	0,877	0,745	0,612	0,480	0,347	0,215	0,083	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	6	1,010	0,878	0,745	0,613	0,481	0,349	0,217	0,084	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	7	1,010	0,878	0,746	0,614	0,482	0,350	0,218	0,086	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	8	1,010	0,879	0,747	0,615	0,484	0,352	0,220	0,089	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	9	1,011	0,879	0,748	0,617	0,485	0,354	0,223	0,092	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	10	1,011	0,880	0,749	0,618	0,487	0,356	0,226	0,095	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	11	1,012	0,881	0,751	0,620	0,490	0,359	0,229	0,098	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	12	1,012	0,882	0,752	0,622	0,492	0,362	0,232	0,102	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	13	1,012	0,883	0,753	0,624	0,494	0,365	0,235	0,106	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	14	1,013	0,884	0,755	0,626	0,497	0,368	0,239	0,110	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	15	1,014	0,885	0,757	0,628	0,500	0,372	0,243	0,115	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	16	1,014	0,886	0,759	0,631	0,503	0,375	0,247	0,120	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	17	1,015	0,888	0,761	0,633	0,506	0,379	0,252	0,125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	18	1,016	0,889	0,763	0,636	0,510	0,383	0,257	0,131	0,004	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	19	1,016	0,891	0,765	0,639	0,514	0,388	0,262	0,136	0,011	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	20	1,017	0,892	0,767	0,642	0,517	0,392	0,268	0,143	0,018	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	21	1,018	0,894	0,770	0,646	0,521	0,397	0,273	0,149	0,025	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	22	1,019	0,895	0,772	0,649	0,526	0,402	0,279	0,156	0,033	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	23	1,020	0,897	0,775	0,653	0,530	0,408	0,285	0,163	0,041	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	24	1,021	0,899	0,778	0,656	0,535	0,413	0,292	0,170	0,049	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	25	1,022	0,901	0,781	0,660	0,540	0,419	0,299	0,178	0,058	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	26	1,023	0,903	0,784	0,664	0,545	0,425	0,306	0,186	0,067	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	27	1,024	0,905	0,787	0,668	0,550	0,431	0,313	0,194	0,076	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	28	1,025	0,907	0,790	0,672	0,555	0,438	0,320	0,203	0,086	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	29	1,026	0,909	0,793	0,677	0,561	0,444	0,328	0,212	0,096	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	30	1,027	0,912	0,797	0,681	0,566	0,451	0,336	0,221	0,106	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	31	1,028	0,914	0,800	0,686	0,572	0,458	0,344	0,230	0,116	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	32	1,029	0,917	0,804	0,691	0,578	0,466	0,353	0,240	0,127	0,015	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	33	1,031	0,919	0,808	0,696	0,585	0,473	0,362	0,250	0,139	0,027	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	34	1,032	0,922	0,811	0,701	0,591	0,481	0,371	0,260	0,150	0,040	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	35	1,033	0,924	0,815	0,706	0,598	0,489	0,380	0,271	0,162	0,053	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	36	1,034	0,927	0,819	0,712	0,604	0,497	0,389	0,282	0,174	0,066	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	37	1,036	0,930	0,823	0,717	0,611	0,505	0,399	0,293	0,186	0,080	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	38	1,037	0,932	0,828	0,723	0,618	0,513	0,409	0,304	0,199	0,094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	39	1,039	0,935	0,832	0,729	0,625	0,522	0,419	0,315	0,212	0,109	0,006	0,000	0,000	0,000	0,000
	40	1,040	0,938	0,836	0,735	0,633	0,531	0,429	0,327	0,225	0,124	0,022	0,000	0,000	0,000	0,000

41	1,042	0,941	0,841	0,741	0,640	0,540	0,440	0,339	0,239	0,139	0,038	0,000	0,000	0,000	0,000
42	1,043	0,944	0,846	0,747	0,648	0,549	0,450	0,352	0,253	0,154	0,055	0,000	0,000	0,000	0,000
43	1,045	0,948	0,850	0,753	0,656	0,559	0,461	0,364	0,267	0,170	0,072	0,000	0,000	0,000	0,000
44	1,046	0,951	0,855	0,759	0,664	0,568	0,473	0,377	0,281	0,186	0,090	0,000	0,000	0,000	0,000
45	1,048	0,954	0,860	0,766	0,672	0,578	0,484	0,390	0,296	0,202	0,108	0,014	0,000	0,000	0,000
46	1,050	0,957	0,865	0,773	0,680	0,588	0,496	0,403	0,311	0,219	0,126	0,034	0,000	0,000	0,000
47	1,051	0,961	0,870	0,779	0,689	0,598	0,507	0,417	0,326	0,235	0,145	0,054	0,000	0,000	0,000
48	1,053	0,964	0,875	0,786	0,697	0,608	0,519	0,430	0,341	0,252	0,163	0,075	0,000	0,000	0,000
49	1,055	0,968	0,880	0,793	0,706	0,619	0,531	0,444	0,357	0,270	0,183	0,095	0,008	0,000	0,000
50	1,057	0,971	0,886	0,800	0,715	0,629	0,544	0,458	0,373	0,287	0,202	0,117	0,031	0,000	0,000
51	1,058	0,975	0,891	0,807	0,724	0,640	0,556	0,473	0,389	0,305	0,222	0,138	0,054	0,000	0,000
52	1,060	0,978	0,896	0,815	0,733	0,651	0,569	0,487	0,405	0,324	0,242	0,160	0,078	0,000	0,000
53	1,062	0,982	0,902	0,822	0,742	0,662	0,582	0,502	0,422	0,342	0,262	0,182	0,102	0,022	0,000
54	1,064	0,986	0,908	0,829	0,751	0,673	0,595	0,517	0,439	0,361	0,282	0,204	0,126	0,048	0,000
55	1,066	0,989	0,913	0,837	0,761	0,684	0,608	0,532	0,456	0,379	0,303	0,227	0,151	0,074	0,000
56	1,068	0,993	0,919	0,845	0,770	0,696	0,622	0,547	0,473	0,399	0,324	0,250	0,176	0,101	0,027
57	1,070	0,997	0,925	0,852	0,780	0,708	0,635	0,563	0,490	0,418	0,346	0,273	0,201	0,128	0,056
58	1,072	1,001	0,931	0,860	0,790	0,719	0,649	0,578	0,508	0,438	0,367	0,297	0,226	0,156	0,085
59	1,074	1,005	0,937	0,868	0,800	0,731	0,663	0,594	0,526	0,457	0,389	0,320	0,252	0,183	0,115
60	1,076	1,009	0,943	0,876	0,810	0,743	0,677	0,610	0,544	0,477	0,411	0,344	0,278	0,211	0,145
61	1,078	1,013	0,949	0,884	0,820	0,755	0,691	0,626	0,562	0,497	0,433	0,369	0,304	0,240	0,175
62	1,080	1,017	0,955	0,892	0,830	0,768	0,705	0,643	0,580	0,518	0,455	0,393	0,331	0,268	0,206
63	1,082	1,021	0,961	0,901	0,840	0,780	0,720	0,659	0,599	0,538	0,478	0,418	0,357	0,297	0,237
64	1,084	1,025	0,967	0,909	0,851	0,792	0,734	0,676	0,617	0,559	0,501	0,443	0,384	0,326	0,268
65	1,086	1,030	0,973	0,917	0,861	0,805	0,749	0,693	0,636	0,580	0,524	0,468	0,412	0,355	0,299
66	1,088	1,034	0,980	0,926	0,872	0,818	0,763	0,709	0,655	0,601	0,547	0,493	0,439	0,385	0,331
67	1,090	1,038	0,986	0,934	0,882	0,830	0,778	0,726	0,674	0,623	0,571	0,519	0,467	0,415	0,363
68	1,092	1,042	0,993	0,943	0,893	0,843	0,793	0,744	0,694	0,644	0,594	0,544	0,495	0,445	0,395
69	1,094	1,047	0,999	0,951	0,904	0,856	0,809	0,761	0,713	0,666	0,618	0,570	0,523	0,475	0,427
70	1,097	1,051	1,006	0,960	0,915	0,869	0,824	0,778	0,733	0,687	0,642	0,596	0,551	0,505	0,460
71	1,099	1,055	1,012	0,969	0,926	0,882	0,839	0,796	0,752	0,709	0,666	0,623	0,579	0,536	0,493
72	1,101	1,060	1,019	0,978	0,937	0,896	0,854	0,813	0,772	0,731	0,690	0,649	0,608	0,567	0,526
73	1,103	1,064	1,025	0,987	0,948	0,909	0,870	0,831	0,792	0,753	0,714	0,676	0,637	0,598	0,559
74	1,105	1,069	1,032	0,995	0,959	0,922	0,885	0,849	0,812	0,776	0,739	0,702	0,666	0,629	0,592
75	1,108	1,073	1,039	1,004	0,970	0,936	0,901	0,867	0,832	0,798	0,764	0,729	0,695	0,660	0,626
76	1,110	1,078	1,046	1,013	0,981	0,949	0,917	0,885	0,853	0,820	0,788	0,756	0,724	0,692	0,660
77	1,112	1,082	1,052	1,022	0,992	0,963	0,933	0,903	0,873	0,843	0,813	0,783	0,753	0,723	0,693
78	1,114	1,087	1,059	1,031	1,004	0,976	0,949	0,921	0,893	0,866	0,838	0,810	0,783	0,755	0,727
79	1,117	1,091	1,066	1,041	1,015	0,990	0,964	0,939	0,914	0,888	0,863	0,838	0,812	0,787	0,762
80	1,119	1,096	1,073	1,050	1,027	1,003	0,980	0,957	0,934	0,911	0,888	0,865	0,842	0,819	0,796
81	1,121	1,100	1,080	1,059	1,038	1,017	0,996	0,976	0,955	0,934	0,913	0,892	0,872	0,851	0,830
82	1,123	1,105	1,086	1,068	1,049	1,031	1,012	0,994	0,975	0,957	0,938	0,920	0,901	0,883	0,864
83	1,126	1,110	1,093	1,077	1,061	1,045	1,029	1,012	0,996	0,980	0,964	0,948	0,931	0,915	0,899
84	1,128	1,114	1,100	1,086	1,073	1,059	1,045	1,031	1,017	1,003	0,989	0,975	0,961	0,947	0,934
85	1,130	1,119	1,107	1,096	1,084	1,072	1,061	1,049	1,038	1,026	1,015	1,003	0,991	0,980	0,968
86	1,133	1,123	1,114	1,105	1,096	1,086	1,077	1,068	1,059	1,049	1,040	1,031	1,021	1,012	1,003
87	1,135	1,128	1,121	1,114	1,107	1,100	1,093	1,086	1,079	1,072	1,065	1,059	1,052	1,045	1,038
88	1,137	1,133	1,128	1,123	1,119	1,114	1,110	1,105	1,100	1,096	1,091	1,086	1,082	1,077	1,072
89	1,140	1,137	1,135	1,133	1,130	1,128	1,126	1,123	1,121	1,119	1,116	1,114	1,112	1,110	1,107
90	1,142	1,142	1,142	1,142	1,142	1,142	1,142	1,142	1,142	1,142	1,142	1,142	1,142	1,142	1,142

91	1,144	1,147	1,149	1,151	1,154	1,156	1,158	1,161	1,163	1,165	1,168	1,170	1,172	1,174	1,177
92	1,147	1,151	1,156	1,161	1,165	1,170	1,174	1,179	1,184	1,188	1,193	1,198	1,202	1,207	1,212
93	1,149	1,156	1,163	1,170	1,177	1,184	1,191	1,198	1,205	1,212	1,219	1,225	1,232	1,239	1,246
94	1,151	1,161	1,170	1,179	1,188	1,198	1,207	1,216	1,225	1,235	1,244	1,253	1,263	1,272	1,281
95	1,154	1,165	1,177	1,188	1,200	1,212	1,223	1,235	1,246	1,258	1,269	1,281	1,293	1,304	1,316
96	1,156	1,170	1,184	1,198	1,211	1,225	1,239	1,253	1,267	1,281	1,295	1,309	1,323	1,337	1,350
97	1,158	1,174	1,191	1,207	1,223	1,239	1,255	1,272	1,288	1,304	1,320	1,336	1,353	1,369	1,385
98	1,161	1,179	1,198	1,216	1,235	1,253	1,272	1,290	1,309	1,327	1,346	1,364	1,383	1,401	1,420
99	1,163	1,184	1,204	1,225	1,246	1,267	1,288	1,308	1,329	1,350	1,371	1,392	1,412	1,433	1,454
100	1,165	1,188	1,211	1,234	1,257	1,281	1,304	1,327	1,350	1,373	1,396	1,419	1,442	1,465	1,488
101	1,167	1,193	1,218	1,243	1,269	1,294	1,320	1,345	1,370	1,396	1,421	1,446	1,472	1,497	1,522
102	1,170	1,197	1,225	1,253	1,280	1,308	1,335	1,363	1,391	1,418	1,446	1,474	1,501	1,529	1,557
103	1,172	1,202	1,232	1,262	1,292	1,321	1,351	1,381	1,411	1,441	1,471	1,501	1,531	1,561	1,591
104	1,174	1,206	1,238	1,271	1,303	1,335	1,367	1,399	1,431	1,464	1,496	1,528	1,560	1,592	1,624
105	1,176	1,211	1,245	1,280	1,314	1,348	1,383	1,417	1,452	1,486	1,520	1,555	1,589	1,624	1,658
106	1,179	1,215	1,252	1,289	1,325	1,362	1,399	1,435	1,472	1,508	1,545	1,582	1,618	1,655	1,692
107	1,181	1,220	1,259	1,297	1,336	1,375	1,414	1,453	1,492	1,531	1,570	1,608	1,647	1,686	1,725
108	1,183	1,224	1,265	1,306	1,347	1,388	1,430	1,471	1,512	1,553	1,594	1,635	1,676	1,717	1,758
109	1,185	1,229	1,272	1,315	1,358	1,402	1,445	1,488	1,532	1,575	1,618	1,661	1,705	1,748	1,791
110	1,187	1,233	1,278	1,324	1,369	1,415	1,460	1,506	1,551	1,597	1,642	1,688	1,733	1,779	1,824
111	1,190	1,237	1,285	1,333	1,380	1,428	1,475	1,523	1,571	1,618	1,666	1,714	1,761	1,809	1,857
112	1,192	1,242	1,291	1,341	1,391	1,441	1,491	1,540	1,590	1,640	1,690	1,740	1,789	1,839	1,889
113	1,194	1,246	1,298	1,350	1,402	1,454	1,506	1,558	1,610	1,661	1,713	1,765	1,817	1,869	1,921
114	1,196	1,250	1,304	1,358	1,412	1,466	1,521	1,575	1,629	1,683	1,737	1,791	1,845	1,899	1,953
115	1,198	1,254	1,311	1,367	1,423	1,479	1,535	1,591	1,648	1,704	1,760	1,816	1,872	1,929	1,985
116	1,200	1,259	1,317	1,375	1,433	1,492	1,550	1,608	1,667	1,725	1,783	1,841	1,900	1,958	2,016
117	1,202	1,263	1,323	1,383	1,444	1,504	1,564	1,625	1,685	1,746	1,806	1,866	1,927	1,987	2,047
118	1,204	1,267	1,329	1,392	1,454	1,516	1,579	1,641	1,704	1,766	1,829	1,891	1,953	2,016	2,078
119	1,206	1,271	1,335	1,400	1,464	1,529	1,593	1,658	1,722	1,787	1,851	1,915	1,980	2,044	2,109
120	1,208	1,275	1,341	1,408	1,474	1,541	1,607	1,674	1,740	1,807	1,873	1,940	2,006	2,073	2,139
121	1,210	1,279	1,347	1,416	1,484	1,553	1,621	1,690	1,758	1,827	1,895	1,964	2,032	2,101	2,169
122	1,212	1,283	1,353	1,424	1,494	1,565	1,635	1,706	1,776	1,846	1,917	1,987	2,058	2,128	2,199
123	1,214	1,287	1,359	1,432	1,504	1,576	1,649	1,721	1,794	1,866	1,938	2,011	2,083	2,156	2,228
124	1,216	1,291	1,365	1,439	1,514	1,588	1,662	1,737	1,811	1,885	1,960	2,034	2,108	2,183	2,257
125	1,218	1,295	1,371	1,447	1,523	1,600	1,676	1,752	1,828	1,905	1,981	2,057	2,133	2,210	2,286
126	1,220	1,298	1,376	1,455	1,533	1,611	1,689	1,767	1,845	1,923	2,002	2,080	2,158	2,236	2,314
127	1,222	1,302	1,382	1,462	1,542	1,622	1,702	1,782	1,862	1,942	2,022	2,102	2,182	2,262	2,342
128	1,224	1,306	1,388	1,469	1,551	1,633	1,715	1,797	1,879	1,960	2,042	2,124	2,206	2,288	2,370
129	1,226	1,309	1,393	1,477	1,560	1,644	1,728	1,811	1,895	1,979	2,062	2,146	2,230	2,313	2,397
130	1,227	1,313	1,398	1,484	1,569	1,655	1,740	1,826	1,911	1,997	2,082	2,167	2,253	2,338	2,424
131	1,229	1,316	1,404	1,491	1,578	1,665	1,753	1,840	1,927	2,014	2,101	2,189	2,276	2,363	2,450
132	1,231	1,320	1,409	1,498	1,587	1,676	1,765	1,854	1,943	2,032	2,121	2,209	2,298	2,387	2,476
133	1,233	1,323	1,414	1,505	1,595	1,686	1,777	1,867	1,958	2,049	2,139	2,230	2,321	2,411	2,502
134	1,234	1,327	1,419	1,511	1,604	1,696	1,788	1,881	1,973	2,065	2,158	2,250	2,343	2,435	2,527
135	1,236	1,330	1,424	1,518	1,612	1,706	1,800	1,894	1,988	2,082	2,176	2,270	2,364	2,458	2,552
136	1,238	1,333	1,429	1,525	1,620	1,716	1,811	1,907	2,003	2,098	2,194	2,290	2,385	2,481	2,576
137	1,239	1,336	1,434	1,531	1,628	1,725	1,823	1,920	2,017	2,114	2,212	2,309	2,406	2,503	2,600
138	1,241	1,340	1,438	1,537	1,636	1,735	1,834	1,932	2,031	2,130	2,229	2,328	2,426	2,525	2,624
139	1,242	1,343	1,443	1,543	1,644	1,744	1,844	1,945	2,045	2,145	2,246	2,346	2,446	2,547	2,647
140	1,244	1,346	1,448	1,549	1,651	1,753	1,855	1,957	2,059	2,160	2,262	2,364	2,466	2,568	2,670

141	1,245	1,349	1,452	1,555	1,659	1,762	1,865	1,969	2,072	2,175	2,278	2,382	2,485	2,588	2,692
142	1,247	1,352	1,456	1,561	1,666	1,771	1,875	1,980	2,085	2,190	2,294	2,399	2,504	2,609	2,713
143	1,248	1,354	1,461	1,567	1,673	1,779	1,885	1,991	2,098	2,204	2,310	2,416	2,522	2,628	2,735
144	1,250	1,357	1,465	1,572	1,680	1,787	1,895	2,002	2,110	2,218	2,325	2,433	2,540	2,648	2,755
145	1,251	1,360	1,469	1,578	1,686	1,795	1,904	2,013	2,122	2,231	2,340	2,449	2,558	2,667	2,775
146	1,252	1,362	1,473	1,583	1,693	1,803	1,913	2,024	2,134	2,244	2,354	2,465	2,575	2,685	2,795
147	1,253	1,365	1,476	1,588	1,699	1,811	1,922	2,034	2,145	2,257	2,368	2,480	2,591	2,703	2,814
148	1,255	1,367	1,480	1,593	1,706	1,818	1,931	2,044	2,157	2,269	2,382	2,495	2,608	2,720	2,833
149	1,256	1,370	1,484	1,598	1,712	1,826	1,940	2,054	2,168	2,282	2,395	2,509	2,623	2,737	2,851
150	1,257	1,372	1,487	1,603	1,718	1,833	1,948	2,063	2,178	2,293	2,408	2,524	2,639	2,754	2,869
151	1,258	1,375	1,491	1,607	1,723	1,840	1,956	2,072	2,188	2,305	2,421	2,537	2,654	2,770	2,886
152	1,259	1,377	1,494	1,612	1,729	1,846	1,964	2,081	2,198	2,316	2,433	2,551	2,668	2,785	2,903
153	1,260	1,379	1,497	1,616	1,734	1,853	1,971	2,090	2,208	2,327	2,445	2,563	2,682	2,800	2,919
154	1,261	1,381	1,500	1,620	1,739	1,859	1,978	2,098	2,217	2,337	2,456	2,576	2,695	2,815	2,934
155	1,262	1,383	1,503	1,624	1,744	1,865	1,985	2,106	2,226	2,347	2,467	2,588	2,708	2,829	2,949
156	1,263	1,385	1,506	1,628	1,749	1,871	1,992	2,114	2,235	2,356	2,478	2,599	2,721	2,842	2,964
157	1,264	1,387	1,509	1,631	1,754	1,876	1,999	2,121	2,243	2,366	2,488	2,610	2,733	2,855	2,978
158	1,265	1,389	1,512	1,635	1,758	1,882	2,005	2,128	2,251	2,375	2,498	2,621	2,744	2,868	2,991
159	1,266	1,390	1,514	1,638	1,763	1,887	2,011	2,135	2,259	2,383	2,507	2,631	2,755	2,880	3,004
160	1,267	1,392	1,517	1,642	1,767	1,892	2,016	2,141	2,266	2,391	2,516	2,641	2,766	2,891	3,016
161	1,268	1,393	1,519	1,645	1,770	1,896	2,022	2,148	2,273	2,399	2,525	2,650	2,776	2,902	3,027
162	1,268	1,395	1,521	1,648	1,774	1,901	2,027	2,153	2,280	2,406	2,533	2,659	2,786	2,912	3,039
163	1,269	1,396	1,523	1,651	1,778	1,905	2,032	2,159	2,286	2,413	2,540	2,668	2,795	2,922	3,049
164	1,270	1,398	1,525	1,653	1,781	1,909	2,037	2,164	2,292	2,420	2,548	2,676	2,803	2,931	3,059
165	1,270	1,399	1,527	1,656	1,784	1,912	2,041	2,169	2,298	2,426	2,555	2,683	2,811	2,940	3,068
166	1,271	1,400	1,529	1,658	1,787	1,916	2,045	2,174	2,303	2,432	2,561	2,690	2,819	2,948	3,077
167	1,272	1,401	1,531	1,660	1,790	1,919	2,049	2,178	2,308	2,437	2,567	2,696	2,826	2,955	3,085
168	1,272	1,402	1,532	1,662	1,792	1,922	2,052	2,182	2,312	2,442	2,572	2,702	2,832	2,963	3,093
169	1,272	1,403	1,533	1,664	1,794	1,925	2,055	2,186	2,316	2,447	2,577	2,708	2,838	2,969	3,099
170	1,273	1,404	1,535	1,666	1,797	1,928	2,058	2,189	2,320	2,451	2,582	2,713	2,844	2,975	3,106
171	1,273	1,405	1,536	1,667	1,799	1,930	2,061	2,192	2,324	2,455	2,586	2,718	2,849	2,980	3,112
172	1,274	1,405	1,537	1,669	1,800	1,932	2,064	2,195	2,327	2,458	2,590	2,722	2,853	2,985	3,117
173	1,274	1,406	1,538	1,670	1,802	1,934	2,066	2,198	2,330	2,462	2,593	2,725	2,857	2,989	3,121
174	1,274	1,406	1,539	1,671	1,803	1,935	2,067	2,200	2,332	2,464	2,596	2,729	2,861	2,993	3,125
175	1,274	1,407	1,539	1,672	1,804	1,937	2,069	2,201	2,334	2,466	2,599	2,731	2,864	2,996	3,129
176	1,275	1,407	1,540	1,672	1,805	1,938	2,070	2,203	2,336	2,468	2,601	2,733	2,866	2,999	3,131
177	1,275	1,408	1,540	1,673	1,806	1,939	2,071	2,204	2,337	2,470	2,602	2,735	2,868	3,001	3,133
178	1,275	1,408	1,541	1,673	1,806	1,939	2,072	2,205	2,338	2,471	2,603	2,736	2,869	3,002	3,135
179	1,275	1,408	1,541	1,674	1,807	1,940	2,072	2,205	2,338	2,471	2,604	2,737	2,870	3,003	3,136
180	1,275	1,408	1,541	1,674	1,807	1,940	2,073	2,206	2,338	2,471	2,604	2,737	2,870	3,003	3,136
Máx	1,275	1,408	1,541	1,674	1,807	1,940	2,073	2,206	2,338	2,471	2,604	2,737	2,870	3,003	3,136
Min	1,009	0,876	0,744	0,611	0,478	0,345	0,213	0,080	0,041	0,002	0,006	0,014	0,000	0,000	0,000



